

Uwe Großmann

Frequenzselektive Regelung eines parallelen Hybridfilters  
zur Oberschwingungskompensation in Energieversorgungsnetzen



# Frequenzselektive Regelung eines parallelen Hybridfilters zur Oberschwingungskompensation in Energieversorgungsnetzen

Von Uwe Großmann



Universitätsverlag Ilmenau  
2006

# Impressum

## **Bibliographische Information der Deutschen Bibliothek**

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliographie; detaillierte bibliographische Angaben sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

Diese Arbeit hat der Fakultät Elektrotechnik und Informationstechnik  
als Dissertation vorgelegen

Tag der Einreichung:

23. Juni 2005

1. Gutachter:

Prof. Dr.-Ing. habil. Jürgen Petzoldt  
Technische Universität Ilmenau

2. Gutachter:

Prof. Dr.-Ing. Joachim Böcker  
Universität Paderborn

3. Gutachter:

Dr.-Ing. habil. Hermann Pietzsch  
KEMA-IEV GmbH, Dresden

Tag der Verteidigung:

24. Februar 2006

Technische Universität Ilmenau/Universitätsbibliothek

**Universitätsverlag Ilmenau**

Postfach 10 05 65

98684 Ilmenau

[www.tu-ilmenau.de/universitaetsverlag](http://www.tu-ilmenau.de/universitaetsverlag)

## **Herstellung und Auslieferung**

Verlagshaus Monsenstein und Vannerdat OHG

Am Hawerkamp 31

48155 Münster

[www.mv-verlag.de](http://www.mv-verlag.de)

ISBN 3-939473-02-2

urn:nbn:de:gbv:ilm1-2006000033

# Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter im Fachgebiet Leistungselektronik und Steuerungen in der Elektroenergietechnik der Technischen Universität Ilmenau. Mein Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. J. Petzoldt für die Gelegenheit und Anregung zur Durchführung dieser Forschungsarbeit und für die fachliche Unterstützung.

Die experimentellen Arbeiten wurden von der FRAKO Kondensatoren- und Anlagenbau GmbH, Teningen, durch die Bereitstellung von zwei Prototypen des Hybridfilters unterstützt. Mein besonderer Dank gilt Herrn H.-G. Mall, ehemaliger Geschäftsführer von FRAKO, als Initiator und treibende Kraft des Projektes und als kompetenter und geduldiger Diskussionspartner.

Ich möchte mich bei all jenen bedanken, die durch ihre Vor- und Mitarbeit zum Gelingen des Projektes beigetragen haben, insbesondere Herrn Dr.-Ing. G. Berger und Herrn Dr.-Ing. T. Ellinger.

Mein Dank gilt auch allen Kolleginnen und Kollegen, Studentinnen und Studenten des Fachgebietes Leistungselektronik für das gute Arbeitsklima und viele hilfreiche Diskussionen.

Herrn Prof. Dr.-Ing. J. Böcker und Herrn Dr.-Ing. habil. H. Pietzsch danke ich für die Erstellung der Gutachten.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Einführendes Beispiel</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Grundlagen</b>	<b>11</b>
3.1	Reihenresonanzkreis . . . . .	11
3.2	Aktive Filter . . . . .	12
3.3	Hybridfilter . . . . .	15
3.4	B6D-Schaltung als Last . . . . .	17
<b>4</b>	<b>Analyse der frequenzselektiven Regelung</b>	<b>25</b>
4.1	Tiefpass-Bandpass-Transformation . . . . .	26
4.2	Einfacher Regelkreis im kontinuierlichen Zeitbereich . . . . .	32
4.2.1	Untersuchung der Stabilität mit Hurwitz-Kriterium . . . . .	33
4.2.2	Dynamische Eigenschaften - Polstellen in der s-Ebene . . . . .	38
4.3	Zeitdiskretisierung der Reglerübertragungsfunktion . . . . .	39
4.3.1	Numerische Integrationsmethoden . . . . .	42
4.3.2	Halteglieder und z-Transformation . . . . .	43
4.3.3	Übertragung der Pol- und Nullstellen . . . . .	45
4.3.4	Vergleich der Diskretisierungsmethoden . . . . .	46
4.4	Einfacher Regelkreis im diskreten Zeitbereich . . . . .	48
4.4.1	Untersuchung der Stabilität mit Jury-Kriterium . . . . .	49
4.5	Weitere frequenzselektive Übertragungsfunktionen . . . . .	50
4.5.1	Bandpass . . . . .	50
4.5.2	Bandsperrung . . . . .	52
4.6	Prozessorimplementierung . . . . .	54
<b>5</b>	<b>Beschreibung des Hybridfilters</b>	<b>61</b>
5.1	Aufbau . . . . .	61
5.2	Regelungsstruktur . . . . .	62
5.2.1	Grundswingungsregelung . . . . .	62
5.2.2	Oberswingungsregelung . . . . .	63
5.3	Modellbildung . . . . .	64
5.3.1	Dreiphasiges Modell . . . . .	65
5.3.2	Einphasiges Modell . . . . .	68

<b>6</b>	<b>Messergebnisse</b>	<b>71</b>
6.1	Messaufbau	71
6.2	Passiver Filter und Leerlauf des Hybridfilters	73
6.3	B6C-Last	74
6.4	B6D-Last	78
6.4.1	Simulationsergebnisse für Einschaltvorgang	81
6.5	Ermittlung des dynamischen Verhaltens mit Testsignal	84
<b>7</b>	<b>Beurteilung des Gesamtsystems anhand der Polstellen</b>	<b>87</b>
7.1	Polstellen der Regelstrecke	87
7.2	Einfluss der Netzinduktivität auf Stabilität und Dynamik	89
7.3	Beispiele für weitere Parametervariationen	91
7.3.1	Netzbedingungen	92
7.3.2	Komponenten des Hybridfilters	92
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>97</b>
	<b>Formelzeichen, Indizes und Abkürzungen</b>	<b>99</b>
<b>A</b>	<b>Simulationsparameter</b>	<b>103</b>
<b>B</b>	<b>Anwendungshinweise für MATLAB</b>	<b>105</b>
B.1	Jury-Kriterium	105
B.2	Stabilitätsbereich für Gleichung 5. Ordnung	108
B.3	Systemmatrix und Polstellen des einphasigen Modells	109
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>113</b>
	<b>Abstract</b>	<b>115</b>



# 1 Einleitung

Die Verwendung von Stromrichterschaltungen im Elektroenergiesystem führt zur Problematik der nichtsinusförmigen Strom- und Spannungsverläufe. Diese Verzerrung der Zeitverläufe gegenüber der idealen, netzfrequenten Sinusform des symmetrischen Dreiphasensystems haben bei einem entsprechend großen Leistungsanteil von Stromrichterschaltungen negative Auswirkungen auf die Versorgung mit elektrischer Energie. Die zusätzliche Blindleistung durch Oberschwingungen und Unsymmetrien in Strom und Spannung verschlechtert den Leistungsfaktor und somit den Wirkungsgrad der Energieübertragung im Drehstromnetz. Außerdem kann es zur Funktionsbeeinträchtigung von Anlagen, die eine bestimmte Anforderung an die Sinusförmigkeit stellen, durch andere, Verzerrungen hervorrufende, Anlagen kommen. Diese sogenannten Stromrichternetzrückwirkungen sind gegenüber der Verschlechterung des Leistungsfaktors meist von ausschlaggebender Bedeutung, wenn Maßnahmen zur Reduktion der Spannungs- bzw. Stromverzerrungen notwendig werden.

Die Verwendung von Stromrichterschaltungen hat andererseits solche großen technologischen Vorteile (Bereitstellung beliebiger Spannungssysteme, Erhöhung des Wirkungsgrades), dass darauf nicht verzichtet werden kann. Vielmehr ist in Zukunft eine weitere Zunahme von Anlagen mit leistungselektronischen Stellgliedern (wie z.B. frequenzgeregelte Antriebe, Induktionserwärmung, Gleichspannungsversorgung elektronischer Baugruppen) und eine Abnahme der klassischen, weitestgehend verzerrungsfreien Abnehmer zu erwarten. Dieser Übergangsprozess findet im gesamten Leistungsbereich statt, sowohl im Bereich kleiner Einzelleistungen, die aber durch millionenfache Stückzahl eine große Gesamtleistung ergeben (Glühlampe - Energiesparlampe), als auch sehr großer Einzelleistungen, wie zum Beispiel Gleichstrom-Lichtbogenöfen.

Grundsätzlich bestehen zwei Möglichkeiten, um sich dem Ideal des sinusförmigen Netzstromes anzunähern. Zum einen kann die netzseitige Schaltung eines Abnehmers durch Filtermaßnahmen oder Anwendung gänzlich anderer, verzerrungsarmer Schaltungen entsprechend angepasst werden. Ein Beispiel dafür ist der Ersatz eines ungesteuerten Diodengleichrichters durch eine gepulste Transistorschaltung. Zum anderen kann durch externe Filtermaßnahmen eine Kompensation der Stromoberschwingungen erreicht werden, wobei der Verzerrungen verursachende Abnehmer nicht verändert wird. Es sei an dieser Stelle schon hervorgehoben, dass durch Filtermaßnahmen auch Rückwirkungen auf den Stromrichter existieren, die mit dem Begriff Stromrichternetzrückwirkungen nicht unbedingt assoziiert werden.

Es gibt viele Kriterien, welche für oder gegen eine der beiden Varianten sprechen. An dieser Stelle soll auf zwei Punkte besonders hingewiesen werden, die eine möglichst flexible und trotzdem kostengünstige Lösung für die Oberschwingungsproblematik erfordern. Zum einen unterliegen die Netzanschlussbedingungen (Kurzschlussleistung, Resonanzstellen, Vorbelastung mit Spannungsoberschwingungen) räumlichen

## 1 Einleitung

und zeitlichen Veränderungen, so dass unter Umständen für die gleiche Anlage an verschiedenen Aufstellungsorten andere Kompensationsmaßnahmen erforderlich sind, die auch hinsichtlich einer Änderung der Netzanschlußbedingungen innerhalb der Betriebsdauer der Anlage funktionsfähig sein müssen. Zum anderen kann ein Konflikt zwischen Energielieferant, Netzbetreiber, Anlagenbetreiber und Anlagenlieferant hinsichtlich des Verursachers und des Betroffenen von Minderungen der Elektroenergiequalität bestehen, der trotz bestehender Normen und vorhandener Richtlinien am leichtesten und zur allseitigen Zufriedenheit durch eine pragmatische Herangehensweise in Form einer flexiblen und kostengünstigen Kompensationsmaßnahme gelöst werden kann. Dieser Punkt setzt allerdings voraus, dass eine sehr gute Vorhersagbarkeit für die Auswirkungen einer solchen Kompensationsmaßnahme gegeben ist.

In dieser Arbeit wird ein Hybridfilter behandelt, der eine Kombination aus passivem Filter (Saugkreis) und Aktivem Filter (als Stromquelle betriebener Pulswechselrichter) darstellt. Hierbei wird die gute Regelbarkeit des Aktiven Filters mit der großen Leistung des passiven Filters zu einer kostengünstigen Lösung verschmolzen. Dieser Hybridfilter wird als Stromquelle parallel zu einer Verzerrungen verursachenden Last angeschlossen und soll im weiteren als paralleler Hybridfilter (PHF) bezeichnet werden. Der PHF ist in erster Linie zur Kompensation der Stromüberschwingungen einer nichtlinearen Last gedacht. Durch die indirekte Regelung des Spannungsabfalls über einer vorgeordneten Impedanz könnte aber auch die Spannungsverzerrung an einem Netzknoten beeinflusst werden.

Es wird eine frequenzselektive Regelung vorgestellt, die es ermöglicht, jede einzelne Oberschwingung ohne bleibende Regelabweichung selektiv zu beeinflussen, wobei auch eine Teilkompensation einstellbar ist. Im Unterschied zu den meisten aus der Literatur bekannten Regelungsprinzipien für Aktive Filter arbeitet diese Regelung nicht im rotierenden sondern im ruhenden Koordinatensystem. Als Ein- und Ausgangsgrößen treten statt Gleichgrößen Wechselgrößen auf. Die Untersuchung der Eigenschaften dieser frequenzselektiven Regelung bildet den Hauptteil dieser Arbeit.

Parallel dazu wird die Anwendung von modernen Computerprogrammen zur regelungstechnischen Behandlung von komplexen elektrischen Systemen demonstriert. Dazu wird das Programmsystem MATLAB/Simulink benutzt. Aufgrund des umfassenden Funktionsumfanges und der Benutzerfreundlichkeit dieses Programmsystems können analytische (z. B. Hurwitzkriterium) und numerische (z. B. Berechnung der Polstellen) Verfahren der Regelungstheorie mit vertretbarem Aufwand und auf der Basis der regelungstechnischen Kenntnisse eines Elektroingenieurs angewendet werden. Es ist ein nahtloser Übergang zwischen systemtheoretischer Beschreibung und einer schaltungsbasierten Beschreibung des elektrischen Systems möglich.

Die Arbeit gliedert sich in folgende Abschnitte. Im Kapitel 2 wird anhand eines einleitenden Beispiels (Kompensation eines 250 kW-Gleichrichters) eine Vorstellung der Eigenschaften des Hybridfilters gegeben, ohne schon auf die Regelung einzugehen. Das Beispiel zeigt die Motivation für diese Arbeit und nimmt das praktische Ergebnis der Arbeit schon vorweg.

In Kapitel 3 werden wichtige Grundlagen der passiven, aktiven und hybriden Filter zusammengefasst. Außerdem werden für einen ungesteuerten 6-Puls-Gleichrichter die

Auswirkungen von externen Filtermaßnahmen dargestellt.

Kapitel 4 befasst sich mit der Analyse der frequenzselektiven Regelung. Es werden grundlegende Aussagen zur Stabilität und Dynamik dieser Regelung im zeitkontinuierlichen und im zeitdiskreten Bereich anhand eines vereinfachten Regelkreises getroffen.

Schaltung, Parameter und Regelungsstruktur des PHF sind in Kapitel 5 zusammengefasst. Außerdem werden dort die verwendeten Modelle vorgestellt. Daran schließt sich in Kapitel 6 eine Präsentation von Messergebnissen für verschiedene Betriebsbedingungen an. An repräsentativen Stellen wird ein Vergleich mit Simulationsergebnissen angegeben, um die Richtigkeit der Modelle zu bestätigen.

Die Modellbildung erfolgte mit dem Ziel, das Gesamtsystem aus Hybridfilter und Netz als ein lineares, zeitinvariantes System zu beschreiben. Auf der Basis dieses Modells erfolgt in Kapitel 7 eine Beurteilung der Stabilität des Gesamtsystems anhand der Polstellen der Systemmatrix im  $z$ -Bereich.

Anhang A enthält Zahlenmaterial für die Nachvollziehbarkeit der Simulation und Messungen. Im Anhang B werden einige Funktionen von MATLAB/Simulink vorgestellt, die im Rahmen dieser Arbeit zur Anwendung gekommen sind. Sie sind als Anregung für den interessierten Leser gedacht.



## 2 Einführendes Beispiel

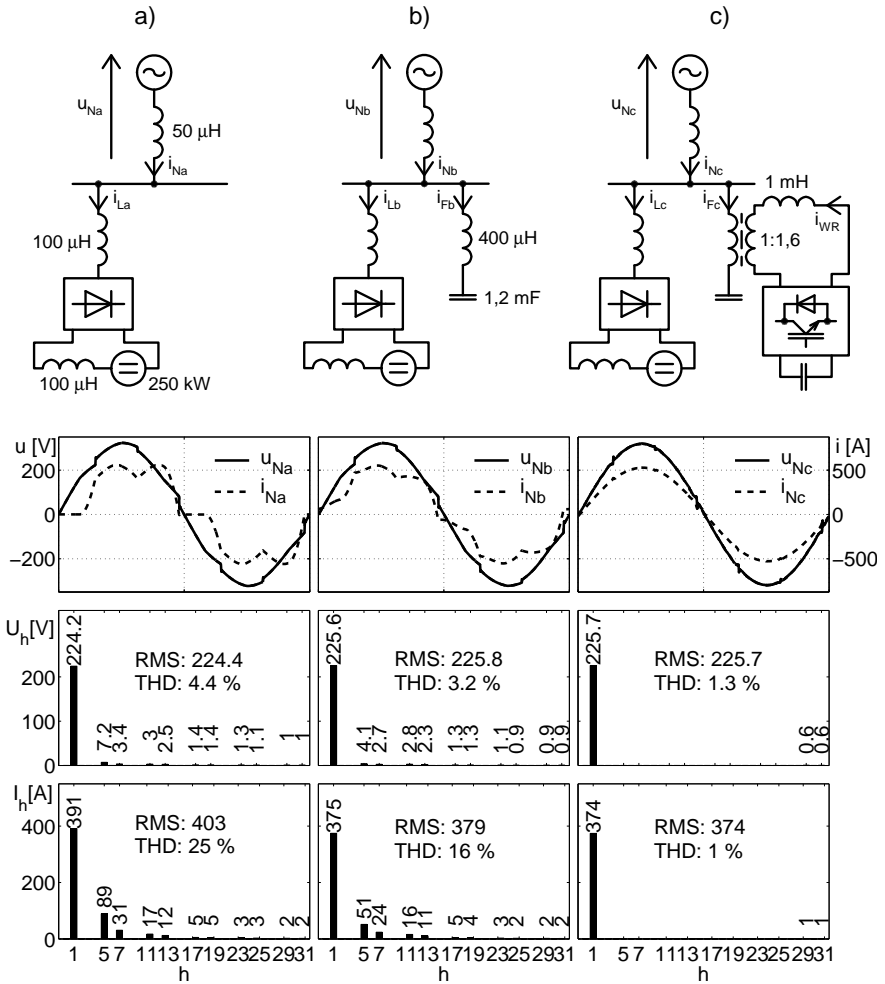
Der netzgeführte, ungesteuerte Gleichrichter in Form der 6-Puls-Dioden-Brückenschaltung (B6D) wird als netzseitiger Stromrichter für viele Anwendungen wie z. B. geregelte Antriebe, Induktionserwärmung und Elektrolyse eingesetzt. Er bezieht einen nichtsinusförmigen Strom aus dem Elektroenergieversorgungsnetz und ist somit Verursacher von Stromrichternetzrückwirkungen.

Es sei ein Gleichstromabnehmer mit 250 kW Wirkleistung angenommen. Dieser wird über eine B6D-Schaltung mit je 100  $\mu\text{H}$  Glättungs- und Kommutierungsinduktivität aus einem Netz mit 50  $\mu\text{H}$  Netzinduktivität gespeist. Die Netzinduktivität entspricht einem 1 MVA-Transformator mit 6 % Kurzschlussspannung und ca. 20 m Zuleitungskabel. Die Kommutierungsinduktivität entspricht etwa 5 % Spannungsabfall bei Nennstrom. Für alle Induktivitäten wird zusätzlich mit einer Resistanz von 10 % gerechnet, die allerdings aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht in den Abbildungen dargestellt wird.

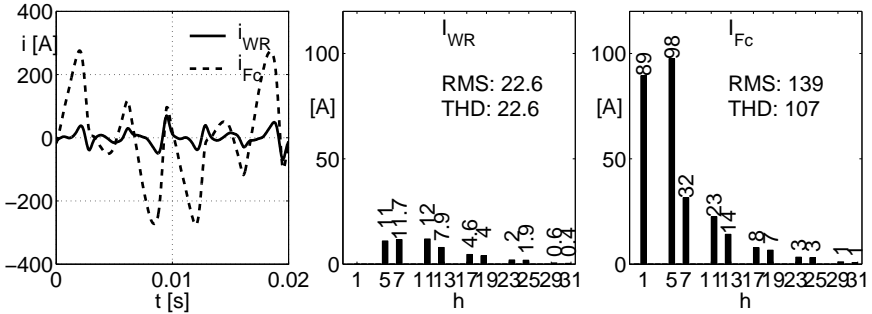
In Abbildung 2.1 a) ist die Ersatzschaltung für dieses Beispiel dargestellt. Unterhalb der Schaltung sind die Zeitverläufe der Netzspannung  $u_N$  und des Netzstromes  $i_N$  über eine Netzperiode sowie deren Amplitudenspektren dargestellt. Der Netzstrom enthält die charakteristischen Oberschwingungen einer 6-Puls-Brückenschaltung ( $h = 5, 7, 11, 13, \dots$ ), außerdem bezieht der Gleichrichter 70 kvar Grundschrwingungsblindleistung aus dem Netz. Es sind deutlich die „Rückwirkungen“ des nichtsinusförmigen Stromes auf die Netzspannung zu erkennen. Da eine sinusförmige Leerlaufspannung angenommen wird, entstehen die Oberschwingungen in der Netzspannung durch die Spannungsabfälle der Oberschwingungsströme über der Netzinduktivität.

In der zweiten Anordnung (Abbildung 2.1 b) ) wird die Grundschrwingungsblindleistung durch einen Kondensator kompensiert. Zur Vermeidung von Parallelresonanzstellen im Bereich der charakteristischen Oberschwingungen muss die Kompensationsanlage verdrosselt ausgeführt werden. Da die gewählte Resonanzfrequenz des Reihenschwingkreises aus einem Kondensator mit 1.2 mF und einer Drossel mit 400  $\mu\text{H}$  mit 230 Hz nur knapp unterhalb der 5. Oberschwingung liegt, wirkt die Kompensationsanlage besonders für die 5. Oberschwingungen als passiver Filter (Saugkreis). In den Spektren von Netzspannung und -strom ist dieser Effekt deutlich sichtbar. Der Gesamtverzerrungsfaktor (THD) der Netzspannung sinkt von 4.4 % im unkompensierten Fall auf 3.2 %.

Eine weitere Verringerung der Netzzrückwirkung des Gleichrichters wird durch eine Kombination des passiven Filters mit einem Aktiven Filter erreicht. Wie in Abbildung 2.1 c) zu sehen, besteht der Aktive Filter aus einem Pulswechselrichter mit Gleichspannungskondensator der über eine Induktivität von 1 mH als geregelte Stromquelle wirkt. Durch eine stationär exakte, frequenzselektive Regelung der charakteristischen Oberschwingungen bis zur 25. Oberschwingung wird erreicht, dass für diese Frequenzen



**Abb. 2.1:** Ersatzschaltbilder, Zeitverläufe und Spektren von Netzspannung und Netzstrom für: a) unkompensierte Gleichrichterlast, b) Gleichrichterlast mit passivem Filter, c) Gleichrichterlast mit Hybridfilter



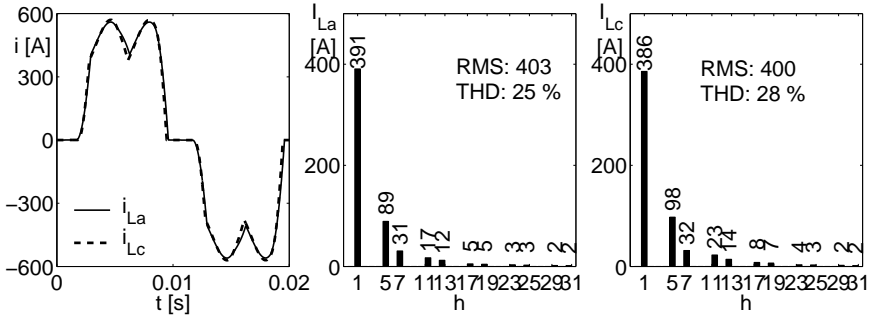
**Abb. 2.2:** Vergleich des Wechselrichterstromes  $i_{WR}$  und des Filterstromes  $i_{Fc}$  für Schaltung in Abbildung 2.1 c) (THD als Absolutwert angegeben)

keine Stromkomponenten im Netzstrom vorhanden sind und somit auch keine entsprechenden Oberschwingungen in der Netzspannung auftreten. Es wurde schon in [1] auf die Vorteile dieser Schaltung hingewiesen. Der Wechselrichterstrom  $i_{WR}$  beträgt nur einen Teil des gesamten Filterstromes  $i_F$  (siehe Abbildung 2.2).

Im Fall eines Aktiven Filters müsste der Filterstrom vollständig durch einen Pulswechselrichter aufgebracht werden. Für den Effektivwert des Wechselrichterstromes ergibt sich ein Verhältnis zwischen Hybridfilter und Aktivem Filter von 1:5, wenn nur die Oberschwingungsanteile berücksichtigt werden, bzw. 1:7, wenn auch die Grundschwingsblindleistung kompensiert werden soll. Bei Verwendung von IGBTs der gleichen Spannungs-kategorie müsste im Fall des Aktiven Filters sogar ein Transformator mit höherer Windungszahl auf der Netzseite eingesetzt werden, womit sich das Stromverhältnis weiter vergrößern würde. Dies zeigt einen weiteren Vorteil des Hybridkonzeptes: der Wechselrichter wird nur mit einem Bruchteil der Grundschwingungsamplitude der Netzspannung belastet.

Natürlich sind auch Nachteile der Hybridfilterschaltung erkennbar. Aufgrund der maximalen Strombelastbarkeit der Kondensatoren für den passiven Filter (der maximale Dauerstrom liegt bei typischen Leistungskondensatoren beim doppelten Nennstrom) ist die Möglichkeit der Oberschwingungskompensation immer mit einer bestimmten kapazitiven Grundschwingungsblindleistung verbunden, die auch nicht dynamisch geregelt werden kann sondern bestenfalls stufenweise einstellbar ist. Für die meisten Anwendungsfälle im industriellen Bereich ähnlich dem gezeigten Beispiel, sollte aber eine sinnvolle Verwendung dieser Blindleistung möglich sein, anderenfalls können auch höher belastbare Leistungselektronik-Kondensatoren verwendet werden.

Weiterhin ist es nicht sinnvoll, die Deckung der Verluste im Wechselrichter und die Regelung des Gleichspannung, wie bei netzgekoppelten Pulswechselrichtern üblich, über eine Wirkkomponente im Grundschwingungsstrom des Wechselrichters zu realisieren. Durch die geringe Grundschwingungskomponente der Spannung am Wechselrichter wäre ein sehr großer Strom notwendig, der im Bereich des Bemessungsstromes des Wechselrichters liegen kann, um die notwendige Leistung zu übertragen. Eine



**Abb. 2.3:** Vergleich der Lastströme  $i_{La}$  und  $i_{Lc}$  für unkomensierte und komensierte Schaltung entsprechend Abbildung 2.1 a) und c)

einfache Lösung dieses Problems wird später dargestellt.

Die genannten Vorteile überwiegen die Nachteile, so dass ein Prototyp gebaut wurde, der nahezu Marktreife erlangt hat und dessen Parameter dem im Beispiel verwendeten Hybridfilter entsprechen. Dennoch wurden als einleitendes Beispiel simulierte statt experimentelle Ergebnisse vorgestellt. Zum einen weil ein Abnehmer mit 250 kW Leistung nicht für Experimente zur Verfügung stand und zum anderen weil durch einige Vereinfachungen (z. B. Vernachlässigung der vorhandenen Verzerrung der Netzspannung) der Blick auf die wesentlichen Eigenschaften konzentriert werden sollte. In den späteren Kapiteln werden die hier vernachlässigten Effekte berücksichtigt und auch aussagekräftige Messergebnisse, wenn auch nur für Abnehmer mit wesentlich geringerer Leistung, präsentiert.

Es soll an dieser Stelle noch auf einen weiteren wichtigen Effekt, welcher die Filtrierung von Oberschwingungen insgesamt betrifft, hingewiesen werden. Es besteht nicht nur eine Rückwirkung des nichtsinusförmigen Abnehmers auf die Netzspannung nach dem oben beschriebenen Prinzip, sondern ebenso haben die Verhältnisse am Anschlusspunkt des Abnehmers Rückwirkung auf dessen Oberschwingungsspektrum. So zeigt Abbildung 2.3 den Vergleich der Kurvenformen und Spektren der Lastströme für die Schaltungsvarianten a) und c). Es wird deutlich, dass bei einer vollständigen Kompensation der Oberschwingungen im Netzstrom die Oberschwingungen im Laststrom ( $i_{Lc}$ ) gegenüber der unkomensierten Variante ( $i_{La}$ ) zunehmen. Durch die Kompensation der Oberschwingungen im Netzstrom wird leider auch der glättende Einfluss der Netzeinduktivität auf den Laststrom eliminiert. Wie stark ein Oberschwingungsfilter das Spektrum einer Stromrichterlast beeinflusst, hängt von den Schaltungsparametern des Stromrichters und der Platzierung des Filters im Netz ab. Für die B6D-Schaltung wird der Einfluss von Kommutierungs- und Glättungsinduktivität und eines (bis jetzt noch nicht betrachteten) Glättungskondensators in Abschnitt 3.4 genauer untersucht. Bei der Auswahl und Bemessung eines Oberschwingungsfilters für eine gegebene Stromrichterlast muss dieser Effekt gegebenenfalls durch Simulationsrechnungen berücksichtigt werden. Es kann aus diesem Grund auch sinnvoll sein, die Oberschwingungen der



Last nur zu einem Teil zu kompensieren. Die in dieser Arbeit vorgestellte Oberschwingungsregelung des Hybridfilters ermöglicht es, den Kompensationsgrad zwischen 0 und 100 % frei zu wählen. Der Kompensationsgrad gibt den Teil der Oberschwingungen des Laststromes an, der durch den Filterstrom kompensiert wird. Ein Kompensationsgrad von 100 % bedeutet vollständige Eliminierung der Oberschwingungen aus dem Netzstrom.

Das hier verwendete Grundprinzip der frequenzselektiven Regelung in ruhenden Koordinaten wurde in [2] zur Regelung eines Aktiven Filters vorgeschlagen. Konzepte mit einer ähnlichen Regelungstruktur finden sich u. a. in [7], [8] und [9]. Gegenüber herkömmlichen Regelungsstrategien in rotierenden Koordinaten ergibt sich eine Verringerung des Berechnungsaufwandes. Die in dieser Arbeit untersuchte neuartige Kombination der Hybridfilterstruktur mit der frequenzselektiven Regelung soll also schaltungstechnisch und regelungstechnisch mit geringstem Aufwand den größtmöglichen Nutzen erbringen.

Die Zielstellung dieser Arbeit kann in folgenden Punkten zusammengefasst werden:

- Allgemeingültige Aussagen zu Eigenschaften der frequenzselektiven Regelung
- Optimierung der digitalen Regelalgorithmen für die Oberschwingungsregelung
- Erstellung von Hilfsmitteln, die eine praxisnahe Beurteilung des Hybridfilters im Verbund mit dem Energieversorgungsnetz und möglichen nichtlinearen Abnehmer erlauben



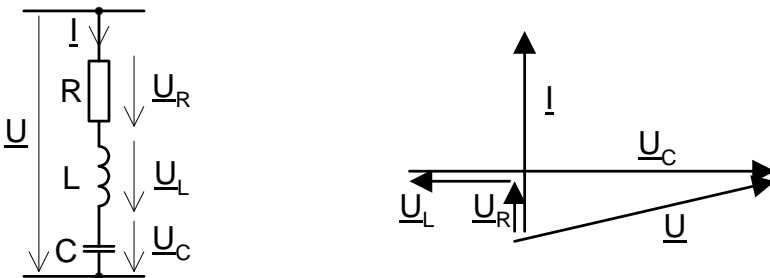
## 3 Grundlagen

### 3.1 Reihenresonanzkreis

Der Reihenresonanzkreis, dessen Schaltung in Abbildung 3.1 zu sehen ist, repräsentiert die Ersatzschaltung sowohl für eine verdrosselte Blindleistungskompensationsanlage als auch für einen Saugkreis zur passiven Filterung von Oberschwingungsströmen. Die Resonanzfrequenz liegt immer oberhalb der Netzfrequenz, so dass für die Grundschwingung kapazitive Blindleistung in das Netz gespeist wird. Im Fall der Blindleistungskompensation ist ein gewisser Oberschwingungsstrom, der aufgrund einer meistens vorhandenen Verzerrung der Netzspannung fließt, eine unvermeidbare Störgröße, während im Falle des Saugkreises gerade der Oberschwingungsstrom erwünscht ist und die entsprechende Grundschwingungsblindleistung unvermeidbar damit verbunden ist.

Der Nennstrom des Kondensators wird auf Basis der sinusförmigen Nennspannung angegeben. Auch ohne Verzerrung in der Netzspannung kommt es im Reihenresonanzkreis zu einer Erhöhung des Kondensatorstromes über den Nennwert, denn es vergrößert sich die Spannung über dem Kondensator um den Betrag der Spannung über der Drossel (ohmscher Anteil vernachlässigt), wie im Zeigerbild in Abbildung 3.1 zu sehen ist. Die Oberschwingungsströme führen zu einer weiteren Erhöhung des Kondensatorstromes. Deshalb werden für solche Anwendungen Kondensatoren mit erhöhter Strombelastbarkeit eingesetzt.

In der Praxis wird für Kompensationsanlagen der Verdrosselungsgrad  $p$  als Reaktanz der Drossel bezogen auf die Reaktanz des Kondensators bei Netzfrequenz angegeben



**Abb. 3.1:** Ersatzschaltung und Zeigerbild des Reihenresonanzkreises

### 3 Grundlagen

womit auch die Resonanzfrequenz des Reihenschwingkreises  $f_r$  festgelegt ist:

$$p = \omega_N L \omega_N C = \frac{\omega_N^2}{\omega_r^2} \quad (3.1)$$

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (3.2)$$

$$f_r = \frac{50 \text{ Hz}}{\sqrt{p}} \quad (3.3)$$

Die Grundschwindungsblindleistung für das dreiphasige System ergibt sich zu

$$Q = 3U_{LE}^2 \omega_N C \frac{1}{1-p} \quad (3.4)$$

Mit größerem Verdrosselungsgrad steigt die kapazitive Blindleistung.

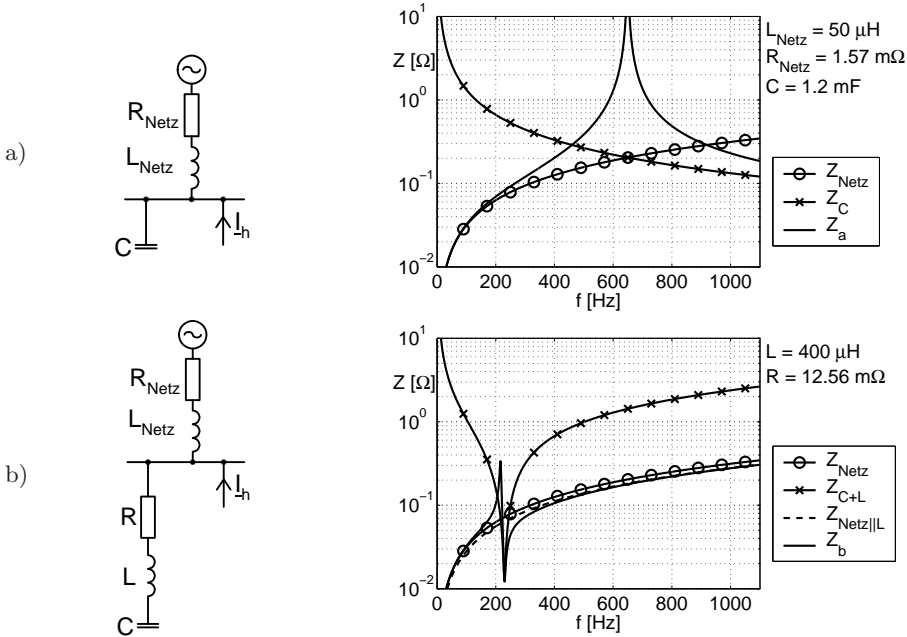
Die Notwendigkeit der Verdrosselung einer Blindleistungskompensationsanlage in Netzen mit Stromrichterlasten zeigt sich in Abbildung 3.2. Schaltung a) und die zugehörige Impedanz-Frequenz-Charakteristik (IFC) zeigen die Verhältnisse für den unverdrosselten Fall. Es entsteht eine Parallelresonanz zwischen dem Kondensator und der Netzinduktivität, im vorliegenden Beispiel mit einer Resonanzfrequenz von 650 Hz. Eine als Oberschwingungsstromquelle  $\underline{I}_h$  wirkende Stromrichterlast würde mit der 13. Oberschwingung diesen Schwingkreis anregen und zu einer hohen Verzerrung der Netzspannung und Überlastung des Kondensators führen.

Die Parallelresonanz ist auch nach der Verdrosselung des Kondensators vorhanden, wie in der IFC zur Schaltung b) zu sehen. Sie liegt aber immer unterhalb der Resonanzfrequenz des Reihenschwingkreises. Durch entsprechende Wahl des Verdrosselungsgrades kann die Parallelresonanz in einen unkritischen Frequenzbereich, das heißt in einen Bereich ohne Anregung durch Oberschwingungserzeuger unterhalb der 5. Oberschwingung, verschoben werden. Gegebenenfalls muss beachtet werden, dass keine Rundsteuersignale gestört werden.

## 3.2 Aktive Filter

Der Begriff Aktive Filter umfasst auf dem Gebiet der Kompensation von Oberschwingungen im Elektroenergieversorgungsnetz alle Schaltungen, welche als Hauptbestandteil einen selbstgeführten Stromrichter haben. Im Gegensatz dazu werden Saugkreise nach dem im vorherigen Abschnitt beschriebenen Reihenresonanzprinzip als passive Filter bezeichnet.

Die Mehrzahl der bekannten Aktiven Filter für Niederspannungsanwendungen ( $< 1 \text{ kV}$ ) basiert auf einem Pulswechselrichter mit eingepprägter Gleichspannung entsprechend Abbildung 3.3 auf der Basis von IGBT- oder MOSFET-Schaltern. Für große Leistungen bzw. Anwendungen für Mittel- und Hochspannung werden kaskadierte Schaltungen verwendet. Außerdem werden dann GTO- oder IGBT-Schalter eingesetzt. Dort liegt der Schwerpunkt meistens auf der Beeinflussung der Grundschwindungskomponente zur Lastflussregelung (FACTS).



**Abb. 3.2:** Schaltung und Impedanz-Frequenz-Charakteristik für unverdrosselte und verdrosselte Kompensation (Gesamtimpedanzverlauf  $Z_a$  bzw.  $Z_b$ )

In Abbildung 3.4 sind die Grundschaltungen der Aktiven Filter dargestellt. Bei der Reihenschaltung wird eine geregelte Spannung  $u_{AF}$  zwischen Netz und Last erzeugt, mit dem Ziel eine als Oberschwingungsspannungsquelle betrachtete Last vom Netz zu isolieren. Im Englischen wird dafür auch der Begriff *harmonic isolation* gebraucht.

Bei der Parallelschaltung wird eine als Oberschwingungsstromquelle betrachtete Last kompensiert, indem die entsprechenden Stromkomponenten gegenphasig ins Netz gespeist werden. Der Spannungswechselrichter wird dafür mit einer Koppelinduktivität als geregelte Stromquelle  $i_{AF}$  betrieben.

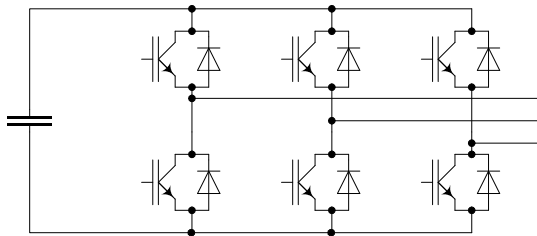
Die Kombination von Reihen- und Parallelschaltung mit gemeinsamem Zwischenkreis ist in der Literatur unter der Bezeichnung UPQC (*Unified Power Quality Conditioner*) bekannt [4].

Auf Basis dieser Grundschaltungen sind eine Vielzahl von Anwendungen in der Literatur beschrieben. In der folgenden Übersicht sind Unterscheidungsmerkmale zusammengefaßt [3], [6]:

- Schaltung
  - Einphasig, 3-Leiter-, 4-Leiter-Netz
  - nur Neutraleiterkompensation

### 3 Grundlagen

- Kaskadierung der Halbleiterschalter
- Hybridschaltung (wird im folgenden Abschnitt behandelt)
- Regelverfahren
  - Rotierendes Koordinatensystem ( $dq$ -Transformation)
  - PQ-Theorie (*instantaneous reactive power*) nach Akagi [18]
  - Frequenzselektive Regelung (Gegenstand dieser Arbeit)
  - Fourier-Analyse
  - ergänzende adaptive Verfahren
- Referenzwert
  - Laststrom
  - Netzstrom
  - Netzspannung
- Modulator des PWR [5]
  - Sinus-Dreieck-Pulsweitenmodulation (Unterschwingungsverfahren)
  - Hystereseverfahren
  - Raumzeigermodulation
- Einbeziehung von Energiespeichern
  - Supraleitende Spule (SMES)
  - Supercap (EDLC)
  - Schwungrad
- Systemoptimierung
  - Parallel-AF und ungesteuerter Gleichrichterlast mit gemeinsamem Zwischenkreiskondensator
  - Kombination aus Reihen-AF und Saugkreis



**Abb. 3.3:** Grundschaltung des Pulswechselrichters mit Gleichspannungskondensator

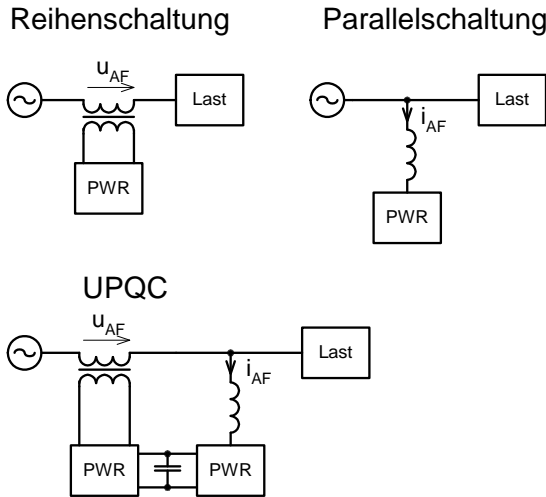


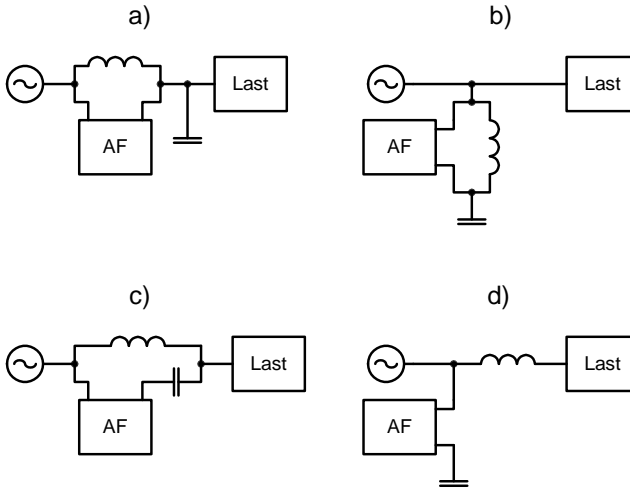
Abb. 3.4: Grundsaltungen Aktive Filter

### 3.3 Hybridfilter

Die Kombination eines Aktiven Filters mit einem oder mehreren passiven Elementen (L oder C) wird als Hybridfilter bezeichnet. Es ergibt sich ein Kostenvorteil, wenn für die gleiche Kompensationsleistung die Bemessungsleistung des teuren Wechselrichters reduziert und durch billigere passive Komponenten ersetzt werden kann. Trotzdem bleiben die Vorteile des Aktiven Filter (gute Regelbarkeit, exakte Filterfunktion, Unabhängigkeit von Parameteränderungen) erhalten.

Die Reaktanz einer Kapazität ist bekanntlich für die Grundschiwingung am höchsten und nimmt für die Oberschwingungen mit steigender Frequenz ab, die Reaktanz einer Induktivität nimmt dagegen mit steigender Frequenz zu. Ausgehend von dieser Überlegung können verschiedene Hybridschaltungen von den Grundsaltungen der AF abgeleitet werden. Eine vollständige Übersicht und Bewertung der einzelnen Schaltungen ist in [19] zu finden. In Abbildung 3.5 sind die Varianten mit dem größten Potential zur Reduzierung der Bemessungsgrößen des AF dargestellt, die durch Hinzufügen von einer Induktivität und einer Kapazität entstehen.

Die Schaltungen a) und b) sind für Lasten, die am besten dem Oberschwingungsstromquellenmodell entsprechen (*current stiff loads*, z. B. B6D-Schaltung mit Glättungsinduktivität), geeignet. In Schaltung a) wirken Induktivität und AF als Oberschwingungsisolaion zwischen Netz und Last, wobei der größte Teil des Grundschiwingungsstromes durch die Induktivität fließt und somit der AF im Gegensatz zur AF-Reihenschaltung mit einem wesentlich kleinere Strom belastet wird. Durch den Kondensator werden nur die Oberschwingungsströme der Last kompensiert, eine vorhandene Verzerrung der Netzspannung wirkt sich nicht aus. Die Belastung des Kondensators



**Abb. 3.5:** Schaltungsvarianten für Hybridfilter

kann aber nicht durch den aktiven Teil begrenzt werden. Dieser Nachteil besteht bei Schaltung b) nicht, allerdings gibt es hier auch keine Oberschwingungsisolierung zwischen Netz und Last. Die notwendige Bemessungsleistung des AF ist gering, weil der Kondensator den größten Teil der Grundschriftungsspannung aufnimmt und der zugehörige Grundschriftungsstrom vollständig durch die Induktivität fließt. Da Schaltung b) eine reine Parallelschaltung bezogen auf den Netzanschluss ist, vereinfacht sie die Betriebsführung und ist besonders für die Nachrüstung und Erweiterung von Anlagen geeignet. Diesem Schaltungsprinzip entspricht auch der in dieser Arbeit beschriebene Hybridfilter.

Die Schaltungen c) und d) eignen sich zur Kompensation von Lasten, die am besten mit einem Oberschwingungsspannungsquellenmodell beschrieben werden (*voltage stiff loads*, B6D-Schaltung mit Glättungskondensator). Schaltung c) erreicht eine vollständige Oberschwingungsisolierung zwischen Netz und Last. Die erforderlichen Spannungen über dem Gesamtfiler werden durch entsprechende Oberschwingungsströme, die nur innerhalb des Filters fließen, erzeugt. Der Netz- und Laststrom ist trotzdem sinusförmig, wie die Simulationsergebnisse im nächsten Abschnitt zeigen. In Schaltung d) sorgt die Induktivität für eine bestimmte Oberschwingungsisolierung, die geringen Oberschwingungsströme werden durch den Parallelpfad aus AF und C kompensiert.

Zwischen den Schaltungen a) und d) sowie zwischen b) und c) ist ein Dualismus erkennbar, indem durch Vertauschen von Reihen- und Parallelschaltung sowie von L und C sich die jeweils komplementäre Schaltung ergibt.



Bezugsleistung dreiphasig	[kVA]	$S_B$	100	250	500
Bezugsspannung	[V]	$U_B$	400	400	400
Bezugsstrom	[A]	$I_B = \frac{S_B}{\sqrt{3} U_B}$	144	360	720
Bezugsimpedanz	[ $\Omega$ ]	$Z_B = \frac{U_B^2}{S_B}$	1.6	0.64	0.32
Bezugsinduktivität	[mH]	$L_B = \frac{Z_B}{\omega}$	5	2	1
Bezugsadmittanz	[S]	$Y_B = \frac{\omega}{Z_B}$	0.625	1.5625	3.125
Bezugskapazität	[mF]	$C_B = \frac{Y_B}{\omega}$	2	5	10

Tabelle 3.1: Bezugsgrößen

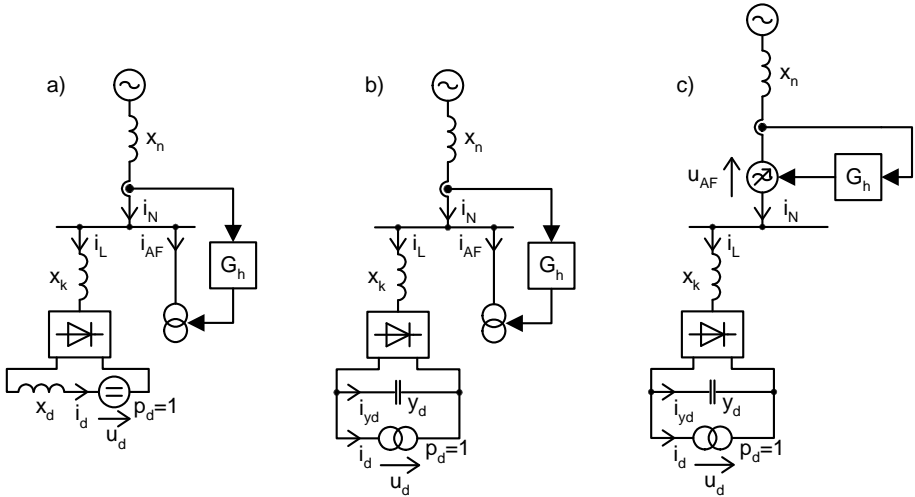
### 3.4 B6D-Schaltung als Last

Die Kurvenform des Netzstromes einer B6D-Schaltung ist von der Auslegung der passiven Schaltungselemente abhängig. Wie bereits im einführenden Beispiel erwähnt, wird die Kurvenform außerdem durch Maßnahmen zur Oberschwingungskompensation beeinflusst. In diesem Abschnitt sollen diese Effekte bewertet werden.

Die Angaben der Schaltungsparameter und der elektrischen Größen erfolgt als bezogene Größen. Das Bezugssystem wird durch zwei elektrische Größen definiert, üblicherweise werden Leistung und Spannung vorgegeben. Alle anderen Bezugsgrößen können daraus abgeleitet werden. In Tabelle 3.1 sind für Bezugsspannung 400 V und für drei verschiedene Bezugsleistungen die anderen Bezugsgrößen aufgeführt. Die bezogenen Größen werden aus dem Quotient aus realer Größe und Bezugsgröße ermittelt. Sie sind einheitenlos und werden mit kleinen Buchstaben gekennzeichnet. Eine prozentuale Angabe ist auch üblich. Zum Beispiel ergibt sich bei einer Bezugsleistung von 250 kVA für eine 1 %-Reaktanz  $x = 0.01$  eine reale Induktivität von einem Hunderstel der Bezugsinduktivität also 20  $\mu\text{H}$ , eine 100 %-Konduktanz  $y = 1$  entspricht im gleichen Bezugssystem einer Kapazität von 5 mF.

Es werden Simulationsrechnungen mit dreiphasigen Modellen, die mit dem Programm MATLAB/Simulink durchgeführt wurden, ausgewertet. Abbildung 3.6 zeigt einphasige Prinzipschaltungen der Modelle, für die genaue Beschreibung der Modelle wird auf Kapitel 5.3 verwiesen. Als Gleichstromlast wird eine geregelte Strom- bzw. Spannungsquelle verwendet, die eine mittlere Wirkleistung von  $p_d = 1$  realisiert, damit eine Vergleichbarkeit der Kurvenformen gegeben ist. Die Netz-, Kommutierungs- und Gleichstrominduktivitäten ( $x_n$ ,  $x_k$ ,  $x_d$ ) werden durch eine Resistanz von jeweils einem Zehntel der Reaktanz in Reihenschaltung ergänzt. Der Regelungsblock  $G_h$  realisiert eine ideale frequenzselektive Regelung für die charakteristischen Oberschwingungen bis zur 25. Oberschwingung ohne bleibende Regelabweichung im stationären Zustand. Die Reglerausgänge werden als ideale Strom- oder Spannungsquelle in das Netz eingeprägt.

In Schaltungen a) wird die Oberschwingungskompensation durch ein Aktives Filter in Parallelschaltung zur B6D-Last untersucht, wobei die Belastung der B6D-Brücke durch eine Gegenspannung in Reihenschaltung mit einer Gleichstrominduktivität realisiert wird. Für eine Netzinduktivität von 2 % und verschiedene Kommutierungs- und Gleichstrominduktivitätswerte ist eine Halbwelle des Laststromes  $i_L$  für den unkom-

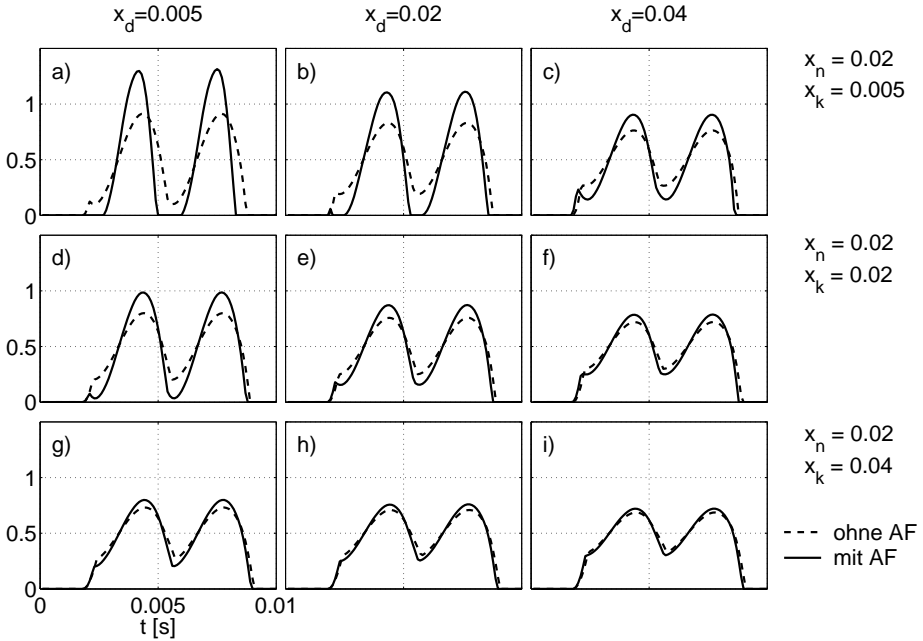


**Abb. 3.6:** Varianten der OS-Regelung für B6D-Schaltung mit unterschiedlichen Gleichstrombelastungen (a,b) und unterschiedlicher Kompensationsart(c)

pensierten Zustand ( $i_N = i_L$ ) und den kompensierten Zustand ( $i_N$  enthält nur noch Grundschwingung) in Abbildung 3.7 dargestellt.

Die Lastströme im unkompensierten Zustand zeigen den bekannten Zusammenhang: je kleiner die Induktivitäten insgesamt sind, umso größer wird die Verzerrung des Stromes. Diese Tendenz gilt auch für den kompensierten Zustand, die Verzerrungen vergrößern sich aber gegenüber dem unkompensierten Zustand. Die Ursache besteht darin, dass die Netzinduktivität im kompensierten Zustand nicht mehr zur Glättung des Stromes beiträgt. Demzufolge sind die Unterschiede zwischen den Stromformen dort am größten, wo Kommutierungs- und Gleichstrominduktivität klein im Vergleich zur Netzinduktivität sind. Im gezeigten Beispiel betrifft dies Variante a) mit  $x_d = 0.005$  und  $x_k = 0.005$ . In Abbildung 3.8 sind die Laststromspektren dieser Variante gegenübergestellt. Mit Ausnahme der 5. Oberschwingung sind alle Amplituden im Spektrum des Laststromes mit Kompensation etwa doppelt so groß wie im Spektrum ohne Kompensation. Für die 5. Oberschwingung ist der Faktor etwa 1.5. Diese Erhöhung der Stromverzerrung durch die Kompensation zeigt sich auch in der Welligkeit des Gleichstromes und der Momentanleistung (siehe Abbildung 3.9). Da der Strom durch die Kompensation sogar in den Lückbereich kommt, ist hier eine Kompensation durch ein paralleles Aktives Filter für die meisten technologischen Anwendungen nicht sinnvoll. Hier sollte zuerst durch Vergrößerung der Kommutierungs- oder Gleichstrominduktivitäten eine Verbesserung der Netzurückwirkungen bewirkt werden. Wenn dies nicht ausreicht, können mit einem zusätzlichen parallelen Aktiven Filter, der dann auch kleiner ist, die restlichen Oberschwingungen kompensiert werden.

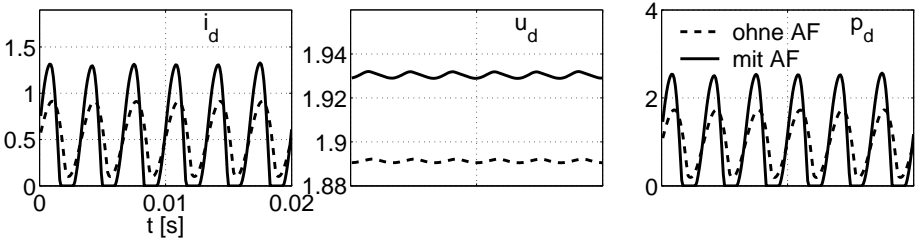
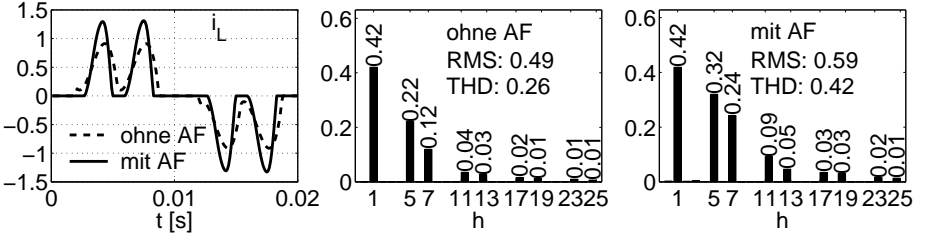
Im umgekehrten Fall, wenn Kommutierungs- und Gleichstrominduktivität bzw. die

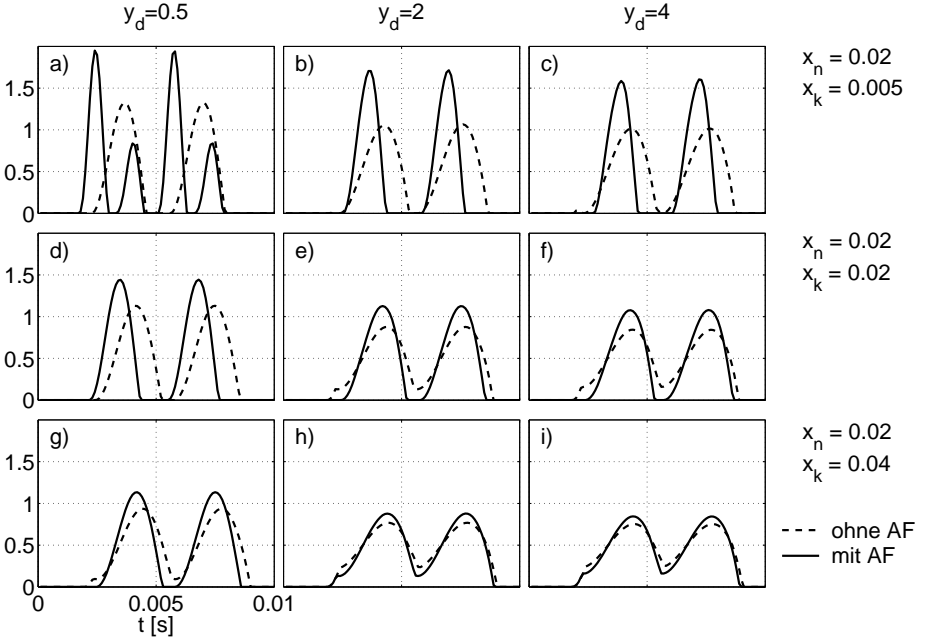


**Abb. 3.7:** Vergleich einer Halbperiode des Laststromes  $i_L$  ohne und mit Oberschwingungskompensation durch parallelen Aktiven Filter für B6D-Schaltung mit Gleichstrominduktivität nach Abbildung 3.6 a)

Summe dieser beiden Induktivitäten größer als die Netzinduktivität sind, sind die Unterschiede im Laststrom zwischen kompensiertem und unkompensiertem Fall nur gering. Bei diesen Reaktanzverhältnissen entspricht die B6D-Schaltung sehr gut einem Stromquellenmodell. Eine Kompensation durch ein paralleles AF ist dann optimal. Für den Fall, dass alle Induktivitäten etwa gleich groß sind und im Bereich von mindestens 2 % liegen, erscheint eine Kompensation der Oberschwingungsströme noch sinnvoll. In der Praxis sollte nach Möglichkeit die Induktivität eines Zuleitungskabels ausgenutzt werden, also die Oberschwingungskompensation nicht direkt an der Last sondern am Abgang des Kabels erfolgen.

Wenn statt einer Glättungsinduktivität ein Glättungskondensator mit der bezogenen Kapazität  $y_d$  im Gleichstromkreis eingesetzt wird (Abbildung 3.6 b)), ergibt sich eine etwas andere Stromform. Wie in Abbildung 3.10 zu sehen ist, ist die Wirkung der Netz- und Kommutierungsinduktivität die gleiche wie im Fall mit Gleichstrominduktivität. Eine Vergrößerung des Kondensators reduziert die Stromverzerrung ebenfalls. Die Veränderung der Laststromform durch die Oberschwingungskompensation ist deutlich zu sehen. Im schlimmsten Fall (Variante a)) treten sogar zusätzliche Schalt-



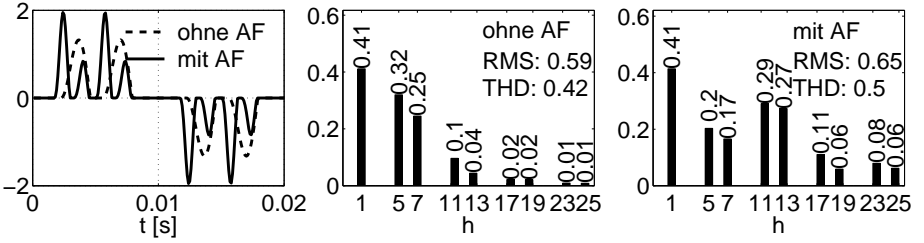


**Abb. 3.10:** Vergleich einer Halbperiode des Laststromes  $i_L$  ohne und mit Oberschwingungskompensation durch parallelen Aktiven Filter für B6D-Schaltung mit Gleichspannungskondensator nach Abbildung 3.6 b)

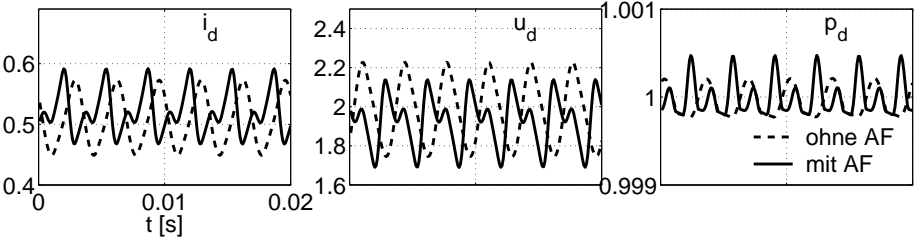
vorgänge während einer Halbperiode auf. Entsprechend groß ist auch die Erhöhung der Oberschwingungen im Laststrom (siehe Abbildung 3.11).

Die Welligkeit des Momentanleistungsverlaufes ist insgesamt gegenüber den Varianten mit Gleichstrominduktivität und Spannungsquelle deutlich geringer. Allerdings ist die Strombelastung des Kondensators insbesondere für kleine Kapazitätswerte relativ hoch. Für Variante a) ist der Effektivwert des Kondensatorstromes nur etwas geringer als der Laststrom (Verleich Abbildung 3.11 und Abbildung 3.13: ohne AF  $i_L = 0.59$   $i_{yd} = 0.51$ , mit AF  $i_L = 0.65$   $i_{yd} = 0.60$ ).

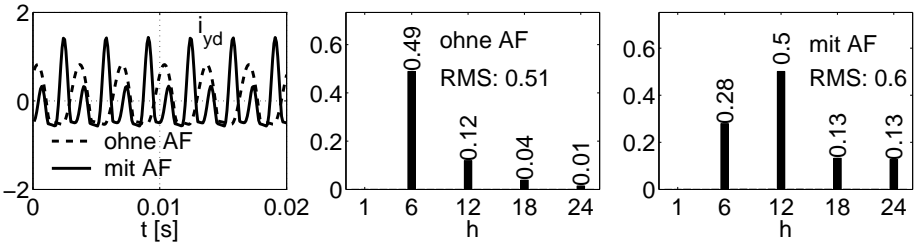
Eine völlige Änderung der Kurvenformen auf Wechsel- und auf Gleichstromseite ergibt sich durch den Einsatz eines Aktiven Filters in Reihenschaltung zur B6D-Schaltung (Abbildung 3.6 c)). Es soll an einem Beispiel (Schaltungsparameter entsprechen den Werten von Variante a):  $y_d = 0.5$ ,  $x_n = 0.02$ ,  $x_k = 0.005$ ) die Unterschiede zum Parallelfilter verdeutlicht werden. In Abbildung 3.14 ist zu sehen, dass der Netzstrom, der identisch mit dem Laststrom ist, sinusförmig verläuft. Hingegen ist die Spannung an der Last stufenförmig und die Spannung, die der Aktive Filter aufbringen muss, zeigt die Differenz zum vollständigen Sinus der Netzspannung. Die stufenförmige



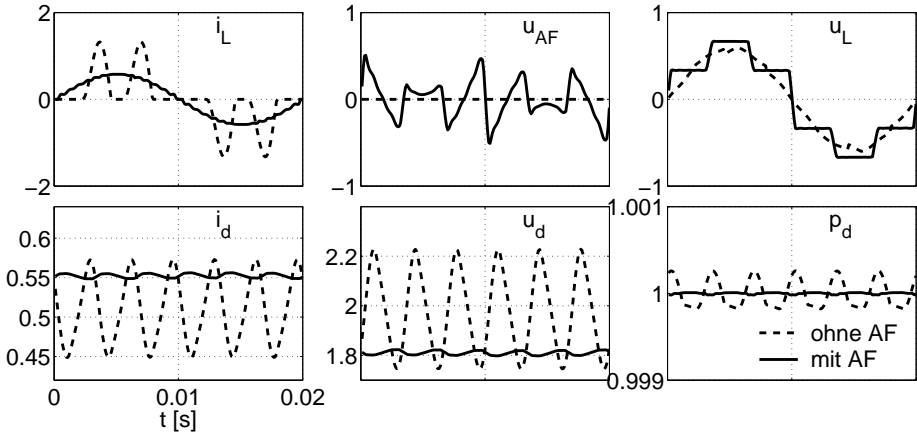
**Abb. 3.11:** Laststrom  $i_L$  für Variante a) in Abbildung 3.10 mit  $y_d = 0.5$ ,  $x_n = 0.02$ ,  $x_k = 0.005$



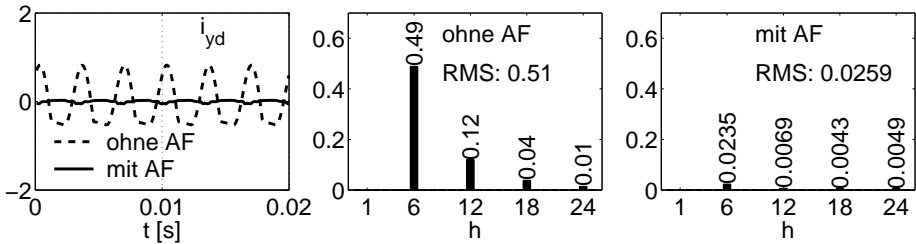
**Abb. 3.12:** Gleichstrom, Gleichspannung und Leistung für Variante a) in Abbildung 3.10 mit  $y_d = 0.5$ ,  $x_n = 0.02$ ,  $x_k = 0.005$



**Abb. 3.13:** Kondensatorstrom  $i_{yd}$  für Variante a) in Abbildung 3.10 mit  $y_d = 0.5$ ,  $x_n = 0.02$ ,  $x_k = 0.005$



**Abb. 3.14:** Zeitverläufe für Reihenschaltung-AF mit B6D-Schaltung nach Abbildung 3.6 c)



**Abb. 3.15:** Kondensatorstrom  $i_{yd}$  für Reihenschaltung-AF mit B6D-Schaltung

ge Eingangsspannung an der B6D-Schaltung bewirkt eine sehr kleine Welligkeit der Gleichspannung, die Sinusform des Eingangsstromes bewirkt ebenso eine geringe Welligkeit des Gleichstromes, so dass trotz glattem Verlauf der Momentanleistung nur ein sehr kleiner Kondensatorstrom fließt (in diesem Beispiel ein Zwanzigstel des Wertes ohne Aktiven Filter). Aus dem Blickwinkel der Gleichstromlast hat die Kombination aus Aktivem Filter in Reihenschaltung mit einer B6D-Schaltung bedeutende Vorteile. Von Nachteil ist, dass der gesamte Laststrom durch den Aktiven Filter fließt. Für eine genau abgestimmte Lösung aus Gleichrichter und Aktivem Filter für eine bestimmte Last kann diese Variante vorzuziehen sein. Ein paralleles Filter ist in Aufbau und Betriebsführung einfacher und flexibler einsetzbar, da es dem grundsätzlichen Prinzip der „unendlichen“ Erweiterbarkeit von elektrischen Anlagen durch Parallelschaltung entspricht.

### 3 Grundlagen

Die Werte der Grundswingungsblindleistung liegen für fast alle berechneten Varianten im Bereich von 0.2 und die Oberswingungskompensation wirkt sich nur gering aus, mit Ausnahme der Varianten a) bis c) (kleine Kommutierungsinduktivität) für die B6D-Schaltung mit Gleichstromkondensator. Eine Erhöhung der Kommutierungsinduktivität bewirkt eine Erhöhung der Grundswingungsblindleistung, eine Erhöhung der Gleichstrominduktivität eine Verringerung, wobei diese Änderungen nur etwa 0.01 für die untersuchten Induktivitätsänderungen (0.005, 0.02, 0.04) betragen.



## 4 Analyse der frequenzselektiven Regelung

Bei jeder regelungstechnischen Aufgabe bestehen nach [10] drei Grundforderungen:

1. Der geschlossene Kreis muss stabil sein.
2. Für vorgegebene Klassen von Führungs- und Störsignalen soll die Regelgröße der Führungsgröße asymptotisch folgen.
3. Der dynamische Zusammenhang zwischen der Führungsgröße bzw. der Störgröße und der Regelgröße soll vorgegebene Güteforderungen erfüllen.

Für einen Standardregelkreis in der „klassischen“ Regelungstechnik kann bekanntlich durch ein integrierendes Verhalten der Übertragungsfunktion der offenen Kette  $G_0$  erreicht werden, dass für sprungförmige Führungs- und Störsignale keine bleibende Regelabweichung auftritt. Integrales Verhalten bedeutet, dass  $G_0$  mindestens eine Polstelle bei  $s = 0$  hat.

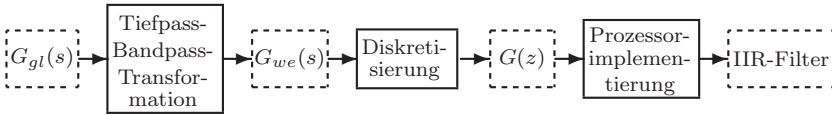
Der Unterschied der frequenzselektiven Regelung zur „klassischen“ Regelungstechnik liegt in der Signalform. Anstatt der sprungförmigen Führungs- bzw. Störsignale müssen nun Signale, die aus einer oder mehreren überlagerten Sinusschwingungen mit diskreten Frequenzen bestehen, zur Modellierung der realen Signale verwendet werden. Bezogen auf die Oberschwingungsproblematik im Netz sind dies die charakteristischen Oberschwingungen der Netzgrundschwingung, die durch die Verwendung von Stromrichterschaltungen entstehen. Statt Gleichgrößen treten also Wechselgrößen im Regelkreis auf.

Auch für diese Wechselgrößen soll die Forderung nach vollständiger Störkompensation bzw. Sollwertfolge gestellt werden. In Abschnitt 4.1 wird gezeigt, dass diese Forderung durch Anwendung der Tiefpass-Bandpass-Transformation auf die Übertragungsfunktion eines Gleichgrößenreglers  $G_{gl}$  erfüllt werden kann. Im Ergebnis dieser Transformation erhält man die Übertragungsfunktion des äquivalenten Wechselgrößenreglers  $G_{we}$ .

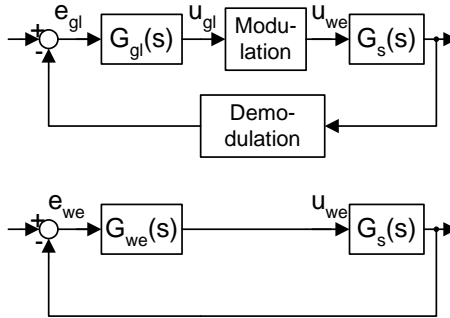
Im darauf folgenden Abschnitt werden grundlegende Aussagen über Stabilität und Dynamik der frequenzselektiven Regelung anhand eines einfachen Regelkreises im kontinuierlichen Zeitbereich abgeleitet. Als Modell der Regelstrecke wird ein schwingungsfähiges PT<sub>2</sub>-Glied angenommen.

Zur Realisierung der digitalen Regelung wird ein zeitdiskretes Äquivalent der zeitkontinuierlichen Übertragungsfunktion des Reglers angewendet. Hierfür werden im Abschnitt 4.3 verschiedene Verfahren untersucht. Im Unterschied zu einem direkten Entwurfsansatz im zeitdiskreten Bereich können so die Erkenntnisse bezüglich Stabilität und Dynamik aus dem zeitkontinuierlichen Bereich einfach in den zeitdiskreten Bereich übertragen und erweitert werden. Insbesondere erfolgt die Untersuchung der Stabilität, wenn der Regelkreis um eine Totzeit erweitert wird.

#### 4 Analyse der frequenzselektiven Regelung



**Abb. 4.1:** Vorgehen zur Ermittlung der Filterfunktion eines frequenzselektiven Reglers



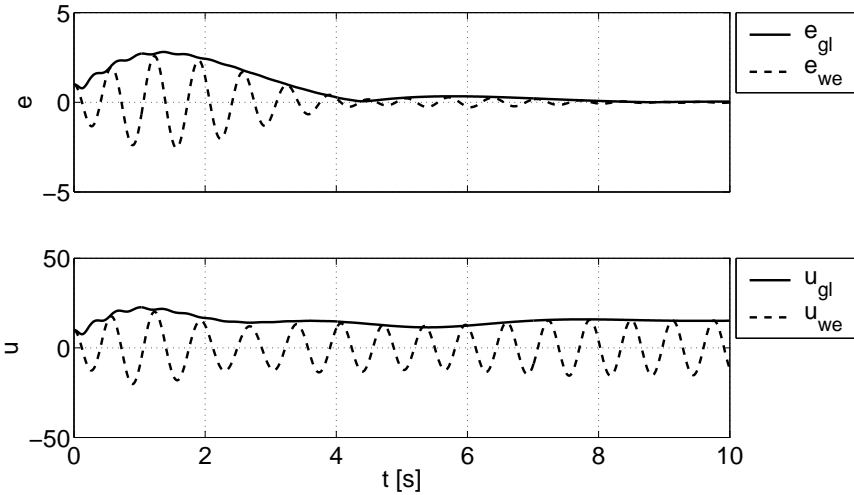
**Abb. 4.2:** Gleichgrößenregler mit Amplitudenmodulation und Wechselgrößenregler

Im Abschnitt 4.5 werden zeitdiskrete Übertragungsfunktionen für Bandpass und Bandsperre 1. Ordnung hergeleitet. Im letzten Abschnitt des Kapitels werden noch einige Hinweise zur praktischen Realisierung der zeitdiskreten Übertragungsfunktionen als IIR-Filter mit einem digitalen Signalprozessor gegeben. In Abbildung 4.1 sind die einzelnen Schritte zur Realisierung der frequenzselektiven Regelung zusammengefasst.

### 4.1 Tiefpass-Bandpass-Transformation

Um die Amplitude einer einrequenten Wechselgröße zu regeln (bzw. zur selektiven Regelung einer Frequenzkomponente einer Wechselgröße) wird ein Gleichgrößenregler mit der Übertragungsfunktion  $G_{gl}(s)$  verwendet und zwischen Regler und Regelstrecke  $G_s(s)$  ein Modulator und in die Rückführung der Regelgröße ein Demodulator geschaltet. Die Frequenz der zu regelnden Wechselgröße ist die Modulationsfrequenz. Es soll nun ein Wechselgrößenregler mit der Übertragungsfunktion  $G_{we}(s)$  angenommen werden, welcher ohne Modulator und Demodulator ein zur Amplitudenmodulation identisches Zeitverhalten der Regelgröße bewirkt. In Abbildung 4.2 sind beide Regelkreise gegenübergestellt. Durch das Weglassen der Modulation und Demodulation kann der Berechnungsaufwand reduziert werden (sofern der Aufwand des Wechselgrößenreglers kleiner als der Gesamtaufwand für Gleichgrößenregler, Modulator und Demodulator ist). Regelabweichung  $e$ , Stellgröße  $u$  und Regelgröße  $y$  bei Verwendung des Gleichgrößenreglers mit Amplitudenmodulation beschreiben die Hüllkurven der entsprechenden Signale im Regelkreis mit dem Wechselgrößenregler. Ein Beispiel ist in Abbildung 4.3 zu sehen.

Im weiteren wird die Regelung von Wechselgrößen in einem allgemeinen dreiphasigen



**Abb. 4.3:** Vergleich der Signale von Gleich- und Wechselgrößenregler

System untersucht. Die Anwendungsmöglichkeiten beschränken sich nicht auf den Bereich der Aktiven Filter, sondern bestehen allgemein in der Regelung von Stromrichtern mit unterschiedlichen Lasten (Motor, Netz). Das Prinzip der Amplituden-Modulation und -Demodulation wird im Dreiphasensystem mittels der  $dq$ -Transformation (auch: Park-Transformation) umgesetzt und ist eine weitverbreitete Technik.

In Abbildung 4.4 a) ist ein allgemeiner Regelkreis für das Mitsystem mit den Gleichgrößenreglern  $G_{gl}$  dargestellt. Die Transformation der Größen erfolgt zuerst von den natürlichen Koordinaten in die  $\alpha\beta$ -Koordinaten (ruhesendes Koordinatensystem) und in einem zweiten Schritt in die  $dq$ -Koordinaten (mit Modulationskreisfrequenz  $\omega_m$  in mathematisch positiver Richtung umlaufendes Koordinatensystem). Die Vorschriften für die Transformation und Rücktransformation sind in den Gleichungen 4.1 bis 4.4 angegeben. Zur Vereinfachung wird von nullsystemfreien Wechselgrößen ausgegangen, d. h. es gilt Gl. 4.5. Außerdem wird angesetzt, dass keine Kopplung zwischen  $d$ - und  $q$ -Komponenten durch die Gleichgrößenregler erfolgt. In den  $dq$ -Transformationsblöcken ist eine solche Kopplung aber vorhanden.

In Abbildung 4.4 b) ist die Regelung des Gegensystems dargestellt, das heißt die Gleichgrößenregler arbeiten in einem Koordinatensystem, welches mit Modulationskreisfrequenz  $\omega_m$  in mathematisch negativer Richtung umläuft. Dafür werden die  $dq$ -Transformationsblöcke gegenüber Abbildung 4.4 a) einfach vertauscht.

#### 4 Analyse der frequenzselektiven Regelung

$$\begin{bmatrix} g_\alpha \\ g_\beta \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{\alpha\beta} \begin{bmatrix} g_a \\ g_b \\ g_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2/3 & -1/3 & -1/3 \\ 0 & 1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_a \\ g_b \\ g_c \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$$\begin{bmatrix} g_a \\ g_b \\ g_c \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{\alpha\beta}^{-1} \begin{bmatrix} g_\alpha \\ g_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/2 & \sqrt{3}/2 \\ -1/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_\alpha \\ g_\beta \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$$\begin{bmatrix} g_d \\ g_q \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{dq} \begin{bmatrix} g_\alpha \\ g_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \omega_m t & \sin \omega_m t \\ -\sin \omega_m t & \cos \omega_m t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_\alpha \\ g_\beta \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$$\begin{bmatrix} g_\alpha \\ g_\beta \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{dq}^{-1} \begin{bmatrix} g_d \\ g_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \omega_m t & -\sin \omega_m t \\ \sin \omega_m t & \cos \omega_m t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_d \\ g_q \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

$$0 = g_a + g_b + g_c \quad (4.5)$$

Die Demodulation der Regelgröße  $y$  wird entfernt, indem die Transformationsblöcke in den Rückführungen über die Summierstelle zur Berechnung der Regelabweichung geschoben werden (Abbildung 4.4c)). Außerdem wird eine Parallelschaltung der Regler für Mit- und Gegensystem vorgenommen. Als Sollwerte sind nun auch Wechselgrößen notwendig. Liegen die Sollwerte in  $dq$ -Koordinaten vor, so sind sie mit der entsprechenden Transformationsmatrix in Wechselgrößen umzuformen.

Die gesuchte Übertragungsfunktion des Wechselgrößenreglers  $G_{we}$  kann durch die Zusammenfassung der markierten Blöcke bestimmt werden (Abbildung 4.4 d)). Es ist dabei zu beachten, dass die Koordinatentransformationsmatrizen Multiplikationen im Zeitbereich bedeuten, während die Übertragungsfunktion des Reglers eine Multiplikation im Frequenzbereich (Bildbereich der Laplacetransformation) darstellt. Es soll nun eine einheitliche Darstellung im Frequenzbereich ermittelt werden.

Die Laplacetransformierte des Produktes einer beliebigen Zeitfunktion  $f(t)$  mit einer Kosinusschwingung kann unter Anwendung des Dämpfungssatzes der Laplacetransformation

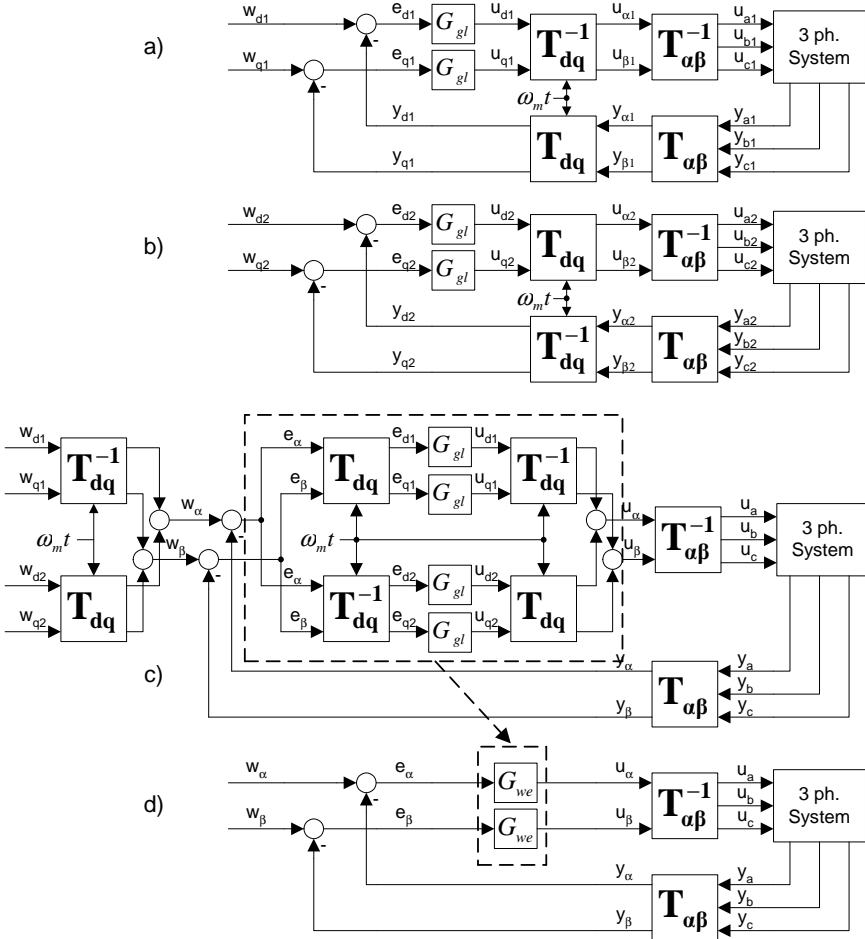
$$\mathcal{L}\{e^{-\tau t} f(t)\} = F(s + \tau) \quad (4.6)$$

durch folgende Gleichung beschrieben werden

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\{f(t) \cos \omega t\} &= \mathcal{L}\left\{f(t) \frac{1}{2} \left(e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}\right)\right\} \\ &= \frac{1}{2} (F(s - j\omega) + F(s + j\omega)) \end{aligned} \quad (4.7)$$

Für die Multiplikation mit einer Sinusschwingung ergibt sich

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\{f(t) \sin \omega t\} &= \mathcal{L}\left\{f(t) \frac{1}{2j} \left(e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}\right)\right\} \\ &= \frac{1}{2j} (F(s - j\omega) - F(s + j\omega)) \end{aligned} \quad (4.8)$$



**Abb. 4.4:** a) Regelkreis für Mitsystem mit Gleichgrößenreglern im  $dq$ -Koordinatensystem, b) Regelkreis für Gegensystem mit Gleichgrößenreglern im  $dq$ -Koordinatensystem, c) Regelkreis für Mit- und Gegensystem (Verschieben der  $dq$ -Transformation über die Summierstelle), d) Regelkreis mit äquivalenten Wechselgrößenreglern im  $\alpha\beta$ -Koordinatensystem

#### 4 Analyse der frequenzselektiven Regelung

Für die  $dq$ -Transformation der Regelabweichung im Mitsystem gilt im Zeitbereich

$$e_{d1}(t) = e_\alpha(t) \cos \omega_m t + e_\beta(t) \sin \omega_m t \quad (4.9)$$

$$e_{q1}(t) = -e_\alpha(t) \sin \omega_m t + e_\beta(t) \cos \omega_m t \quad (4.10)$$

Durch Anwendung der Beziehung in (4.7) und (4.8) ergibt sich daraus im Frequenzbereich

$$\begin{aligned} E_{d1}(s) &= \frac{1}{2} [E_\alpha(s - j\omega_m) + E_\alpha(s + j\omega_m)] \\ &+ \frac{1}{2j} [E_\beta(s - j\omega_m) - E_\beta(s + j\omega_m)] \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} E_{q1}(s) &= -\frac{1}{2j} [E_\alpha(s - j\omega_m) - E_\alpha(s + j\omega_m)] \\ &+ \frac{1}{2} [E_\beta(s - j\omega_m) + E_\beta(s + j\omega_m)] \end{aligned} \quad (4.12)$$

Für die  $dq$ -Rücktransformation der Stellgröße im Mitsystem gilt im Zeitbereich

$$u_{\alpha 1}(t) = u_{d1}(t) \cos \omega_m t - u_{q1}(t) \sin \omega_m t \quad (4.13)$$

$$u_{\beta 1}(t) = u_{d1}(t) \sin \omega_m t + u_{q1}(t) \cos \omega_m t \quad (4.14)$$

und im Frequenzbereich

$$\begin{aligned} U_{\alpha 1}(s) &= \frac{1}{2} [U_{d1}(s - j\omega_m) + U_{d1}(s + j\omega_m)] \\ &- \frac{1}{2j} [U_{q1}(s - j\omega_m) - U_{q1}(s + j\omega_m)] \end{aligned} \quad (4.15)$$

$$\begin{aligned} U_{\beta 1}(s) &= \frac{1}{2j} [U_{d1}(s - j\omega_m) - U_{d1}(s + j\omega_m)] \\ &+ \frac{1}{2} [U_{q1}(s - j\omega_m) + U_{q1}(s + j\omega_m)] \end{aligned} \quad (4.16)$$

Mit Anwendung des einfachen Zusammenhanges zwischen Regelabweichung und Stellgröße im Frequenzbereich in  $dq$ -Koordinaten

$$U_{d1}(s) = E_{d1}(s) G_{gl}(s) \quad (4.17)$$

$$U_{q1}(s) = E_{q1}(s) G_{gl}(s) \quad (4.18)$$

ergibt sich für diesen Zusammenhang in  $\alpha\beta$ -Koordinaten folgende ausführliche Form für die  $\alpha$ -Komponente

$$U_{\alpha 1}(s) =$$

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2} G_{gl}(s - j\omega_m) \left[ \frac{1}{2} E_\alpha(s - 2j\omega_m) + \frac{1}{2} E_\alpha(s) + \frac{1}{2j} E_\beta(s - 2j\omega_m) - \frac{1}{2j} E_\beta(s) \right] \\ &+ \frac{1}{2} G_{gl}(s + j\omega_m) \left[ \frac{1}{2} E_\alpha(s) + \frac{1}{2} E_\alpha(s + 2j\omega_m) + \frac{1}{2j} E_\beta(s) - \frac{1}{2j} E_\beta(s + 2j\omega_m) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{2} G_{gl}(s - j\omega_m) \left[ -\frac{1}{2} E_\alpha(s - 2j\omega_m) + \frac{1}{2} E_\alpha(s) - \frac{1}{2j} E_\beta(s - 2j\omega_m) - \frac{1}{2j} E_\beta(s) \right] \\
 & + \frac{1}{2} G_{gl}(s + j\omega_m) \left[ \frac{1}{2} E_\alpha(s) - \frac{1}{2} E_\alpha(s + 2j\omega_m) + \frac{1}{2j} E_\beta(s) + \frac{1}{2j} E_\beta(s + 2j\omega_m) \right]
 \end{aligned} \tag{4.19}$$

Die zusammengefasste Form für beide Komponenten lautet

$$\begin{aligned}
 U_{\alpha 1}(s) &= \frac{1}{2} G_{gl}(s - j\omega_m) [E_\alpha(s) + jE_\beta(s)] \\
 &+ \frac{1}{2} G_{gl}(s + j\omega_m) [E_\alpha(s) - jE_\beta(s)]
 \end{aligned} \tag{4.20}$$

$$\begin{aligned}
 U_{\beta 1}(s) &= \frac{1}{2} G_{gl}(s - j\omega_m) [-jE_\alpha(s) + E_\beta(s)] \\
 &+ \frac{1}{2} G_{gl}(s + j\omega_m) [jE_\alpha(s) + E_\beta(s)]
 \end{aligned} \tag{4.21}$$

Bei analogem Vorgehen für das Gegensystem erhält man

$$\begin{aligned}
 U_{\alpha 2}(s) &= \frac{1}{2} G_{gl}(s - j\omega_m) [E_\alpha(s) - jE_\beta(s)] \\
 &+ \frac{1}{2} G_{gl}(s + j\omega_m) [E_\alpha(s) + jE_\beta(s)]
 \end{aligned} \tag{4.22}$$

$$\begin{aligned}
 U_{\beta 2}(s) &= \frac{1}{2} G_{gl}(s - j\omega_m) [jE_\alpha(s) + E_\beta(s)] \\
 &+ \frac{1}{2} G_{gl}(s + j\omega_m) [-jE_\alpha(s) + E_\beta(s)]
 \end{aligned} \tag{4.23}$$

Für die Parallelschaltung der Regelungen von Mit- und Gegensystem ergibt sich somit

$$\begin{aligned}
 U_\alpha(s) &= U_{\alpha 1}(s) + U_{\alpha 2}(s) \\
 &= [G_{gl}(s - j\omega_m) + G_{gl}(s + j\omega_m)] E_\alpha(s)
 \end{aligned} \tag{4.24}$$

$$\begin{aligned}
 U_\beta(s) &= U_{\beta 1}(s) + U_{\beta 2}(s) \\
 &= [G_{gl}(s - j\omega_m) + G_{gl}(s + j\omega_m)] E_\beta(s)
 \end{aligned} \tag{4.25}$$

In [20] wird gezeigt, dass durch die Tiefpass-Bandpass-Transformation einer Übertragungsfunktion, die die Hüllkurve einer Wechselgröße beschreibt (Gleichgrößenübertragungsfunktion), eine Übertragungsfunktion für die Wechselgröße selbst am besten approximiert wird. Dies gilt für Gleichgrößenübertragungsfunktionen mit einfachen, mehrfachen oder konjugiert komplexen Polstellen.

Die Vorschrift der Tiefpass-Bandpass-Transformation lautet

$$s \Rightarrow \frac{s^2 + \omega_m^2}{2s} \tag{4.26}$$

#### 4 Analyse der frequenzselektiven Regelung

so dass für die Übertragungsfunktion des Wechselgrößenreglers geschrieben werden kann

$$G_{we}(s) = G_{gl} \left( \frac{s^2 + \omega_m^2}{2s} \right) \approx G_{gl}(s - j\omega_m) + G_{gl}(s + j\omega_m) \quad (4.27)$$

und für die Gleichungen 4.24 und 4.25 näherungsweise gilt

$$U_\alpha \approx G_{we}(s)E_\alpha(s) \quad (4.28)$$

$$U_\beta \approx G_{we}(s)E_\beta(s) \quad (4.29)$$

Für einen idealen Integrator mit der Übertragungsfunktion

$$G_{Igl}(s) = \frac{1}{s} \quad (4.30)$$

ergibt sich sogar eine exakte Übereinstimmung, wie sich leicht durch Einsetzen in Gleichung 4.27 zeigen lässt:

$$G_{Iwe}(s) = G_{Igl} \left( \frac{s^2 + \omega_m^2}{2s} \right) = \frac{2s}{s^2 + \omega_m^2} \quad (4.31)$$

$$\begin{aligned} &= G_{Igl}(s - j\omega_m) + G_{Igl}(s + j\omega_m) = \frac{1}{s - j\omega_m} + \frac{1}{s + j\omega_m} \\ &= \frac{(s + j\omega_m) + (s - j\omega_m)}{(s - j\omega_m)(s + j\omega_m)} = \frac{2s}{s^2 + \omega_m^2} \end{aligned} \quad (4.32)$$

## 4.2 Einfacher Regelkreis im kontinuierlichen Zeitbereich

Die Anwendung der Tiefpass-Bandpass-Transformation auf einen PI-Regler der Form

$$G_{PIgl}(s) = K_P + \frac{K_I}{s} \quad (4.33)$$

ergibt

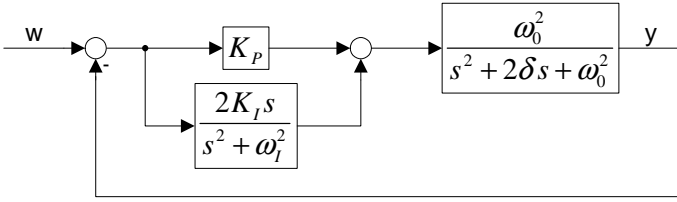
$$G_{PIwe}(s) = K_P + \frac{2K_I s}{s^2 + \omega_I^2} \quad (4.34)$$

wobei  $\omega_I$  als Modulationsfrequenz für den I-Anteil eingesetzt wurde.

In den beiden folgenden Abschnitten wird das Verhalten eines einfachen Regelkreises mit frequenzselektivem PI-Regler bezüglich Stabilität und Dynamik untersucht (Abbildung 4.5). Als Regelstrecke wird ein Verzögerungsglied 2. Ordnung (PT<sub>2</sub>-Glied) mit folgender Übertragungsfunktion angenommen:

$$G_S(s) = \frac{1}{T_0^2 s^2 + 2dT_0 s + 1} = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\delta s + \omega_0^2} \quad (4.35)$$





**Abb. 4.5:** Einfacher zeitkontinuierlicher Regelkreis mit frequenzselektivem PI-Regler und PT<sub>2</sub>-Strecke

mit

$$\omega_0 = \frac{1}{T_0} \quad (4.36)$$

$$\delta = \omega_0 d \quad (4.37)$$

$$\omega_e = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = \omega_0 \sqrt{1 - d^2} \quad (4.38)$$

Für den schwingungsfähigen Fall  $0 < d < 1$  besitzt es bekanntlich ein konjugiert komplexes Polpaar

$$s_{1/2} = -\delta \pm j\omega_e \quad (4.39)$$

Das später zu untersuchende System aus Hybridfilter und Netz verfügt selbst bei einem rein induktiven Netz über ein dominierendes Polpaar durch den Reihenresonanzkreis des passiven Filters. Diese Analogie soll aber zunächst nicht im Vordergrund stehen. Eine ähnliche Struktur ergibt sich auch, wenn ein Wechselrichter in einem Netz mit Kondensatoren betrieben wird oder mit einem LC-Pulsfrequenzfilter. Sicher existieren auch noch andere Anwendungsgebiete mit dynamisch ähnlichen Regelstrecken und dem Problem der Regelung einer Wechselgröße. Deshalb sollen zuerst allgemeingültige Aussagen zu diesem gegenüber der späteren Anwendung vereinfachten Regelkreis getroffen werden.

### 4.2.1 Untersuchung der Stabilität mit Hurwitz-Kriterium

Die Übertragungsfunktion der offenen Kette des einfachen Regelkreises lautet

$$G_0 = G_{PIwe} G_S = \left( K_P + \frac{2K_I s}{s^2 + \omega_I^2} \right) \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\delta s + \omega_0^2} = \frac{N_0(s)}{D_0(s)} \quad (4.40)$$

mit dem Zählerpolynom

$$N_0 = (K_P (s^2 + \omega_I^2) + 2K_I s) \omega_0^2 \quad (4.41)$$

und dem Nennerpolynom

$$D_0 = (s^2 + \omega_I^2) (s^2 + 2\delta s + \omega_0^2) \quad (4.42)$$

#### 4 Analyse der frequenzselektiven Regelung

Zur Beurteilung der Stabilität soll die Führungsübertragungsfunktion

$$G_w(s) = \frac{G_0}{1 + G_0} = \frac{N_0 D_0}{D_0 (D_0 + N_0)} \quad (4.43)$$

angewendet werden.

Bekanntlich ist das durch  $G_w$  beschriebene System stabil, wenn die Realteile sämtlicher Polstellen von  $G_w$  negativ sind. Es sind also die Lösungen folgender Gleichung 8. Ordnung zu ermitteln:

$$D_0 (D_0 + N_0) = 0 \quad (4.44)$$

Selbst nach Division durch die bereits bekannten Nullstellen von  $D_0$

$$s_{1/2} = \pm j\omega_I \quad \text{und} \quad s_{3/4} = -\delta \pm j\omega_e \quad (4.45)$$

bleibt eine Gleichung 4. Ordnung übrig:

$$D_0 + N_0 = a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0 \quad (4.46)$$

mit folgenden Koeffizienten

$$a_0 = K_P \omega_I^2 + \omega_I^2 \quad (4.47)$$

$$a_1 = 2 \frac{K_I \omega_0^2 + \delta \omega_I^2}{\omega_0^2} \quad (4.48)$$

$$a_2 = \frac{\omega_0^2 + \omega_I^2 + K_P \omega_0^2}{\omega_0^2} \quad (4.49)$$

$$a_3 = 2 \frac{\delta}{\omega_0^2} \quad (4.50)$$

$$a_4 = \frac{1}{\omega_0^2} \quad (4.51)$$

Eine explizite Angabe der Nullstellen dieser Gleichung ist aus Platzgründen nicht möglich. Für die Beurteilung der Stabilität ist das auch nicht notwendig, sondern es soll das Hurwitz-Kriterium zur Anwendung kommen (siehe [10] S.269 ff.).

Für ein System 4. Ordnung ist dafür folgende Matrix  $\mathbf{H}$  aufzustellen

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} a_1 & a_3 & 0 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 \end{pmatrix} \quad (4.52)$$

und es sind die vier Hauptabschnittsdeterminanten zu bilden

$$\begin{aligned} D_1 &= a_1 \\ &= 2 \frac{K_I \omega_0^2 + \delta \omega_I^2}{\omega_0^2} \end{aligned} \quad (4.53)$$

$$\begin{aligned} D_2 &= \det \begin{pmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{pmatrix} \\ &= 2 \frac{K_I \omega_0^4 + K_I \omega_0^2 \omega_I^2 + K_I \omega_0^4 K_P + \delta \omega_I^4}{\omega_0^4} \end{aligned} \quad (4.54)$$

$$\begin{aligned} D_3 &= \det \begin{pmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{pmatrix} \\ &= -4 \frac{K_I (-\delta \omega_0^2 - \delta K_P \omega_0^2 + K_I \omega_0^2 + \delta \omega_I^2)}{\omega_0^4} \end{aligned} \quad (4.55)$$

$$\begin{aligned} D_4 &= \det \mathbf{H} \\ &= -4 \frac{K_I (-\delta \omega_0^2 - \delta K_P \omega_0^2 + K_I \omega_0^2 + \delta \omega_I^2)}{\omega_0^6} \end{aligned} \quad (4.56)$$

Das System ist dann stabil, wenn

1. alle Koeffizienten  $a_i$  positiv sind

$$a_i > 0 \quad i = 0, 1, 2, 3, 4$$

und

2. alle Hauptabschnittsdeterminanten  $D_i$  positiv sind

$$D_i > 0 \quad i = 1, 2, 3, 4$$

Zur Vereinfachung wird die Variable  $x$  als Verhältnis der Quadrate der Modulationsfrequenz  $\omega_I$  und Resonanzfrequenz der Strecke  $\omega_0$  eingeführt:

$$x = \frac{\omega_I^2}{\omega_0^2} \quad (4.57)$$

Da sich  $D_3$  und  $D_4$  nur durch den Faktor  $1/\omega_0^2$  unterscheiden, ergeben sich nur drei Ungleichungen

$$\text{aus } D_1 \text{ folgt} \quad K_I + \delta x > 0 \quad (4.58)$$

$$\text{aus } D_2 \text{ folgt} \quad K_I (1 + x + K_P) + \delta x^2 > 0 \quad (4.59)$$

$$\text{aus } D_3 \text{ bzw. } D_4 \text{ folgt} \quad K_I (-\delta - \delta K_P + K_I + \delta x) < 0 \quad (4.60)$$

#### 4 Analyse der frequenzselektiven Regelung

Für ein gegebenes System sind  $\delta$  und  $\omega_0$  definiert und es gelten immer folgende triviale Bedingungen

$$\delta > 0 \quad (4.61)$$

$$\omega_0 > 0 \quad (4.62)$$

$$K_P > 0 \quad (4.63)$$

$$\omega_I > 0 \quad (4.64)$$

$$x > 0 \quad (4.65)$$

Es sollen nun Aussagen für die Wahl von  $K_I$  und  $K_P$  ermittelt werden, um Stabilität bei einer bestimmte Modulationsfrequenz  $\omega_I$  zu gewährleisten. Aus den ersten beiden Ungleichungen 4.58 und 4.59 ergibt sich durch einfaches Umstellen

$$K_I > -\delta x \quad (4.66)$$

$$K_I > -\frac{\delta x^2}{1+x+K_P} \quad (4.67)$$

Die Ungleichung 4.60 kann durch eine quadratische Ergänzung in eine verwertbare Form gebracht werden

$$\begin{aligned} K_I(-\delta - \delta K_P + K_I + \delta x) &< 0 \\ K_I^2 + K_I \delta (x-1-K_P) &< 0 \\ \left(K_I + \frac{\delta(x-1-K_P)}{2}\right)^2 - \left(\frac{\delta(x-1-K_P)}{2}\right)^2 &< 0 \end{aligned} \quad (4.68)$$

Weiteres Umstellen und Wurzelziehen führt zu

$$\begin{aligned} \left(K_I + \frac{\delta(x-1-K_P)}{2}\right)^2 &< \left(\frac{\delta(x-1-K_P)}{2}\right)^2 \\ \left|K_I + \frac{\delta(x-1-K_P)}{2}\right| &< \left|\frac{\delta(x-1-K_P)}{2}\right| \end{aligned} \quad (4.69)$$

Eine aufgrund der Betragsbildung notwendige Fallunterscheidung führt zu

$$1. \text{ Fall: aus } \frac{\delta(x-1-K_P)}{2} < 0 \rightarrow x < 1+K_P \quad (4.70)$$

$$\text{folgt für Gl. 4.69} \rightarrow 0 < K_I < |\delta(x-1-K_P)| \quad (4.71)$$

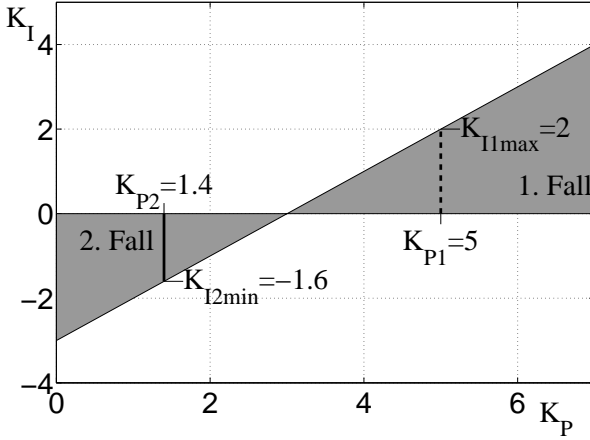
und

$$2. \text{ Fall: aus } \frac{\delta(x-1-K_P)}{2} > 0 \rightarrow x > 1+K_P \quad (4.72)$$

$$\text{folgt für Gl. 4.69} \rightarrow -\delta(x-1-K_P) < K_I < 0 \quad (4.73)$$

Während im 1. Fall die Bedingungen 4.66 und 4.67 immer erfüllt sind, muss für den 2. Fall noch die untere Grenze des Stabilitätsbereiches von  $K_I$  bestimmt werden

$$\max \left\{ -\delta x, -\frac{\delta x^2}{1+x+K_P}, -\delta(x-1-K_P) \right\} \quad (4.74)$$



**Abb. 4.6:**  $K_P$ - $K_I$ -Stabilitätsbereich für zeitkontinuierlichen Regelkreis (Parameter:  $\omega_I = 4$ ,  $\omega_0 = 2$ ,  $\delta = 1$ )

Indem für  $x$

$$x = 1 + K_P + \Delta x \quad \text{mit} \quad \Delta x > 0 \quad (4.75)$$

eingesetzt wird, lässt sich zeigen, dass immer gilt

$$-\frac{\delta x^2}{1 + x + K_P} < -\delta x < -\delta(x - 1 - K_P) \quad (4.76)$$

Ungleichung 4.73 entspricht also der Stabilitätsbedingung, die in diesem Fall nur durch negative  $K_I$ -Werte erfüllt werden kann.

Beide Fälle können gemeinsam in einem  $K_P$ - $K_I$ -Diagramm dargestellt werden. Der Stabilitätsbereich wird durch Ordinate, Abszisse und die Gerade mit der Gleichung

$$K_I = K_P - \delta(x - 1) \quad (4.77)$$

begrenzt. Mit  $K_P \rightarrow \infty$  ist dieser idealisierte Regelkreis für jedes beliebige positive  $K_I$  stabilisierbar. Wie später anhand des zeitdiskreten Regelkreises gezeigt wird, führt in der Praxis eine Totzeit im System zu einer Begrenzung des maximal möglichen  $K_P$ -Wertes.

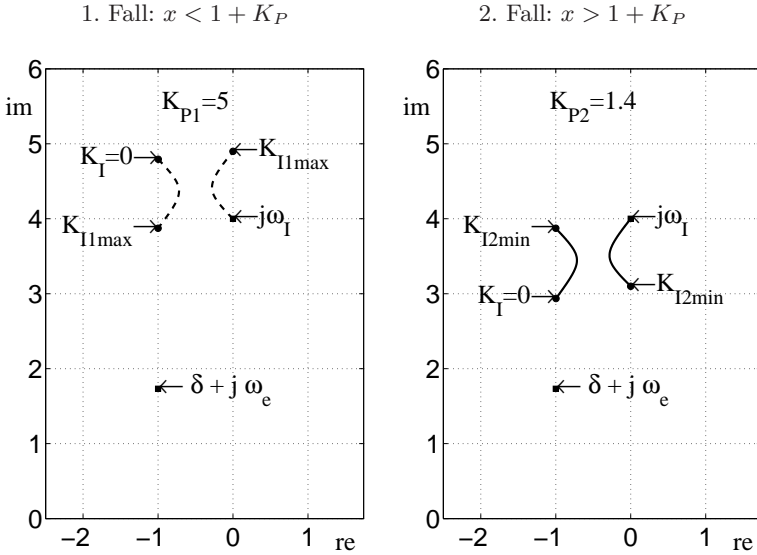
Für ein Beispiel mit den Parametern

$$\delta = 1, \omega_0 = 2, \omega_I = 4, x = 4, \omega_e = 1.7321 \quad (4.78)$$

ist dieser Stabilitätsbereich in Abbildung 4.6 als graue Fläche dargestellt.

Durch die Wahl von  $K_P$  und  $K_I$  wird die Lage der zwei noch unbekannten Polpaare in der  $s$ -Ebene festgelegt. Es kann zwar kein analytischer Ausdruck für die Berechnung der Pole in Abhängigkeit von den Parametern des Regelkreises angegeben werden, aber eine grafische Darstellung von numerischen Ergebnissen ist möglich. Für das

## 4 Analyse der frequenzselektiven Regelung



**Abb. 4.7:** Lage der Polstellen für konstantes  $K_P$  und Variation von  $K_I$  innerhalb der Stabilitätsgrenzen

Beispiel mit den oben angegebenen Parametern wurde für beide Fälle jeweils ein  $K_P$ -Wert ausgewählt und die Lage der Polstellen bei Variation des  $K_I$ -Wertes über den gesamten Stabilitätsbereich als Ortskurve dargestellt (Abbildung 4.7). Zur besseren Übersichtlichkeit sind nur die Pole im 2. Quadranten der  $s$ -Ebene dargestellt. Durch das Auftreten der Pole als konjugiert komplexe Polpaare ergeben sich spiegelsymmetrische Ortskurven im 3. Quadranten. Die zugehörigen  $K_P$ - $K_I$ -Ortskurven sind auch in Abbildung 4.6 gekennzeichnet. Wenn die  $K_I$ -Werte auf den Grenzen des Stabilitätsbereiches (0 und  $K_{Imin}$  bzw.  $K_{Imax}$ ) liegen, berühren die Ortskurven in der  $s$ -Ebene die imaginäre Achse. Innerhalb des Stabilitätsbereiches verlaufen die Ortskurven der Polstellen erwartungsgemäß in der linken Halbebene. Der Punkt auf der  $K_P$ -Achse, der den Stabilitätsbereich in die zwei Bereiche mit negativem und positivem  $K_I$ -Wert teilt ( $x - 1$ ), soll im weiteren als Nullstelle des Stabilitätsbereiches bezeichnet werden.

### 4.2.2 Dynamische Eigenschaften - Polstellen in der $s$ -Ebene

Aus der Lage der Polstellen in der  $s$ -Ebene lassen sich Schlussfolgerungen für den Verlauf von dynamischen Vorgängen im Zeitbereich ziehen. Bei einem  $PT_2$ -Glied entsprechend Gleichung 4.35 nimmt bekanntlich die Überschwingweite und Einschwingzeit der Sprungantwort mit zunehmender Dämpfung ab, was gleichbedeutend mit einem betragsmäßig zunehmenden negativen Realteil des Polpaares in Gleichung 4.39 ist.

Der Einfluss der Reglerparameter  $K_P$  und  $K_I$  auf die Lage der Polstellen der

Führungsübertragungsfunktion des einfachen Regelkreises wurde im vorhergehenden Abschnitt gezeigt. Nun soll der Zusammenhang mit dem dynamischen Verhalten im Zeitbereich anhand von Beispielberechnungen dargestellt werden. Als „sprungförmige“ Führungsgrößenänderung wird eine Sinusfunktion mit der Frequenz  $\omega_I$  und der Amplitude 1 verwendet. Modulationsfrequenz und Streckenparameter entsprechen wieder dem Beispiel in Gleichung 4.78.

Es werden jeweils sechs verschiedene  $K_P$ -Werte mit drei bestimmten  $K_I$ -Werten kombiniert und das resultierende Einschwingverhalten dargestellt. Einer der  $K_I$ -Werte wird so gewählt, dass die der Imaginärachse am nächsten liegende Polstelle den für den jeweiligen  $K_P$ -Wert kleinstmöglichen Realteil  $-\delta_{min}$  hat. Die beiden anderen  $K_I$ -Werte werden so bestimmt, dass der Realteil der resultierenden Polstellen  $-\delta_{min}/2$  beträgt. Optimale Reglereinstellung im Sinne der kürzesten Einschwingzeit und kleinsten Überschwingweite sollten sich in Analogie zum Verhalten des  $PT_2$ -Gliedes für  $\delta_{min}$  ergeben.

In Abbildung 4.8 sind die Polstellen und die zugehörigen Einschwingvorgänge gegenübergestellt. Die optimale Reglereinstellung zeigt erwartungsgemäß Variante b) mit  $\delta_{min}$ . Wird der Betrag von  $K_I$  verkleinert (die Polstelle bewegt sich auf der Ortskurve in Richtung  $j\omega_I$ ), so nimmt die Frequenz der Hüllkurvenschwebung und die Überschwingweite ab (Variante c)), wird der Betrag von  $K_I$  vergrößert in Richtung der Stabilitätsgrenze, so nimmt die Frequenz der Hüllkurvenschwebung und auch die Überschwingweite zu (Variante a)).

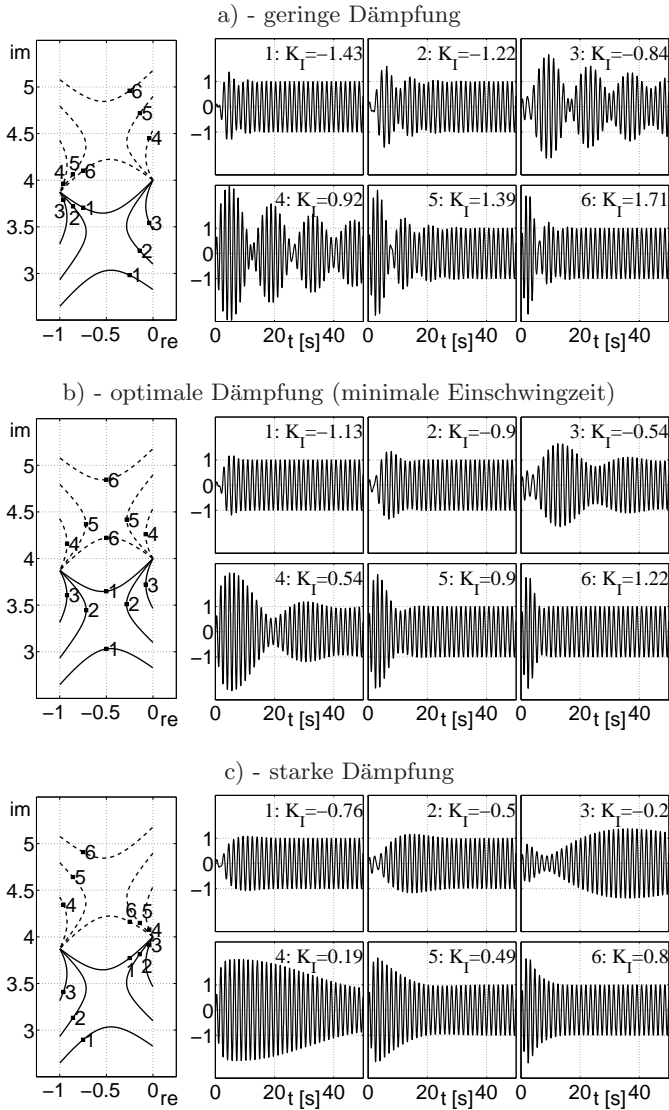
Für Reglereinstellungen mit  $K_P \approx x - 1$ , die relativ nahe an der Nullstelle des Stabilitätsbereiches sind und deren Polstellen selbst für  $\delta_{min}$  relativ dicht an der imaginären Achse liegen, ergibt sich eine relativ große Überschwingweite und eine relativ lange Einschwingzeit. Man würde also in der praktischen Anwendung einen  $K_P$ -Wert wählen, der weiter von der Nullstelle des Stabilitätsbereichs entfernt wäre.

Für eine Parallelschaltung von mehreren frequenzselektiven PI-Reglern mit unterschiedlichen Modulationsfrequenzen, wie sie bei der Oberschwingungsregelung des Hybridfilters angewendet wird, ergibt sich ein gemeinsamer  $K_P$ -Wert, der für alle Regler wirksam ist. Da der  $K_P$ -Wert in der Praxis auch nach oben begrenzt ist, können nicht für alle zu regelnden Frequenzen gleichermaßen günstige dynamische Verhältnisse realisiert werden.

## 4.3 Zeitdiskretisierung der Reglerübertragungsfunktion

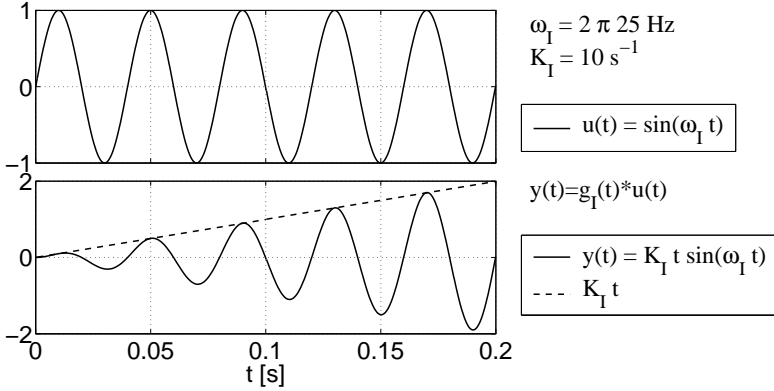
Es gibt verschiedene Methoden, um eine gegebene kontinuierliche Übertragungsfunktion  $G(s)$  in eine diskrete Übertragungsfunktion  $G(z)$  umzuwandeln. In [12] S. 187 ff. ist eine sehr gute Übersicht angegeben. Es werden folgende drei Gruppen unterschieden

- Numerische Integrationsmethoden
- Verwendung von Haltegliedern und der z-Transformation
- Übertragung der Pol- und Nullstellen vom s-Bereich in den z-Bereich



**Abb. 4.8:** Polstellen und zugehörige Einschwingvorgänge des vereinfachten Regelkreises für sinusförmige Führungsgröße für verschiedene Dämpfungen (mit folgenden  $K_P$ -Werten für Kurven 1 bis 6: 1, 1.4, 2, 4.15, 5, 5.7)





**Abb. 4.9:** Idealer Zeitverlauf der Ein- und Ausgangsgröße für frequenzselektiven I-Regler bei sinusförmiger Erregung mit Modulationsfrequenz  $\omega_I$

In den folgenden Abschnitten wird deren Eignung zur Ermittlung einer diskreten Übertragungsfunktion  $G_I(z)$  für den frequenzselektiven I-Regler mit der folgenden kontinuierlichen Übertragungsfunktion untersucht

$$G_I(s) = \frac{2K_I s}{s^2 + \omega_I^2} \quad (4.79)$$

Das ideale Verhalten des frequenzselektiven I-Reglers bei einer sinusförmigen Erregung mit der gleichen Frequenz, auf die der Regler abgestimmt ist, zeigt Abbildung 4.9. Hier wird auch deutlich, dass der Kehrwert des Faktors  $K_I$  als Integrationszeitkonstante wirkt, indem die Hüllkurve des Ausgangssignals genau durch die Sprungantwort eines idealen Integrators mit gleicher Zeitkonstante beschrieben wird.

Die Abtastzeit soll im weiteren mit  $T$  bezeichnet werden. Entsprechend dem Abtasttheorem ergibt sich die maximale Frequenz im abzutastenden Signal, bis zu der keine Überlappung des Grundspektrums durch Seitenspektren im abgetasteten Signal auftritt (*aliasing*), als Nyquist-Frequenz

$$\omega_{ny} = \frac{\pi}{T} \quad (4.80)$$

Damit die frequenzselektiven Eigenschaften des Reglers nicht verloren gehen, müssen die Polstellen  $s_{1/2} = \pm j\omega_I$  im  $z$ -Bereich exakt wiedergegeben werden. Die Abbildung der Polstellen erfolgt über die Definitionsgleichung von  $z$

$$z = e^{Ts} \quad (4.81)$$

so dass für die Polstellen von  $G_I(z)$  folgt

$$z_{1/2} = e^{\pm j\omega_I T} \quad (4.82)$$

#### 4 Analyse der frequenzselektiven Regelung

Der Nenner der von  $G_I(z)$  muss also folgendes Polynom 2. Ordnung sein

$$N(z) = \left(z - e^{j\omega_I T}\right) \left(z - e^{-j\omega_I T}\right) = z^2 - 2z \cos \omega_I T + 1 \quad (4.83)$$

mit

$$2 \cos x = e^{jx} + e^{-jx} \quad (4.84)$$

##### 4.3.1 Numerische Integrationsmethoden

Die Gruppe der numerischen Integrationsmethoden besteht in den bekannten Rechteck- bzw. Trapezapproximationen zur Aufstellung von Differenzengleichungen für eine gegebene Differentialgleichung. Sie zeichnen sich dadurch aus, dass eine direkte Ersetzung von  $s$  durch einen entsprechenden Approximationsterm in  $z$  erfolgt. Es ist also keine Partialbruchzerlegung wie bei der  $z$ -Transformation notwendig. Die Approximationsterme sind folgende:

$$\text{Rechteck vorwärts:} \quad s \rightarrow \frac{z-1}{T} \quad (4.85)$$

$$\text{Rechteck rückwärts:} \quad s \rightarrow \frac{z-1}{Tz} \quad (4.86)$$

$$\text{Trapez:} \quad s \rightarrow \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1} \quad (4.87)$$

$$\text{Trapez mit Frequenzanpassung:} \quad \frac{s}{\omega_1} \rightarrow \frac{1}{\tan \frac{\omega_1 T}{2}} \frac{z-1}{z+1} \quad (4.88)$$

Die Rechteckapproximationen sind auch als Eulerverfahren bekannt. Die Trapezapproximation wird auch als Tustin-Näherung oder Bilineartransformation bezeichnet. Durch eine vorherige Frequenzanpassung (*prewarping*) kann die Verzerrung der Übertragungsfunktion beim Übergang vom kontinuierlichen in den diskreten Bereich für eine wählbare Frequenz  $\omega_1$  rückgängig gemacht werden. Für diese Frequenz ist dann das Übertragungsverhalten von kontinuierlicher und diskreter Übertragungsfunktion exakt gleich. Dafür muss  $\omega_1$  natürlich kleiner als die Nyquist-Frequenz  $\omega_{ny}$  sein.

Die Anwendung der Gleichungen 4.85 bis 4.87 auf  $G_I(s)$  ergibt

$$\text{Rechteck vorwärts: } G_{rv}(z) = \frac{2K_I T(z-1)}{z^2 - 2z + T^2 \omega_I^2 + 1} \quad (4.89)$$

$$\text{Rechteck rückwärts: } G_{rr}(z) = \frac{2K_I T z(z-1)}{(1 + T^2 \omega_I^2) z^2 - 2z + 1} \quad (4.90)$$

$$\text{Trapez: } G_t(z) = \frac{2K_I T 2(z-1)(z+1)}{(4 + T^2 \omega_I^2) z^2 - 2(4 + T^2 \omega_I^2) z + T^2 \omega_I^2 + 4} \quad (4.91)$$

Ein Vergleich der jeweiligen Nenner mit Gleichung (4.83) zeigt, dass die Polstellen nicht exakt abgebildet werden. Somit scheiden diese drei Methoden zur Diskretisierung von  $G_I(s)$  aus.

Durch die Anwendung der Frequenzanpassung für  $\omega_I$  ist zu erwarten, dass hier eine exakte Wiedergabe der Polstellen erfolgt. Dies wird im folgenden bestätigt.

Zuerst erfolgt eine Umformung von  $G_I(s)$

$$G_I(s/\omega_I) = \frac{2K_I}{\omega_I} \frac{s/\omega_I}{(s/\omega_I)^2 + 1} \quad (4.92)$$

Nach Ersetzen von  $s/\omega_I$  entsprechend Gleichung (4.88) ergibt sich

$$G_I(z) = \frac{2K_I}{\omega_I} \frac{\frac{1}{\tan \frac{\omega_I T}{2}} \frac{z-1}{z+1}}{\left( \frac{1}{\tan \frac{\omega_I T}{2}} \frac{z-1}{z+1} \right)^2 + 1} \quad (4.93)$$

Das Auflösen der Doppelbrüche und Kürzen führt zu

$$\begin{aligned} G_I(z) &= \frac{2K_I}{\omega_I} \frac{(z-1)(z+1) \tan \frac{\omega_I T}{2}}{(z-1)^2 + (z+1)^2 \tan^2 \frac{\omega_I T}{2}} \\ &= \frac{2K_I}{\omega_I} \frac{\tan \frac{\omega_I T}{2} (z^2 - 1)}{\left( 1 + \tan^2 \frac{\omega_I T}{2} \right) z^2 - 2 \left( 1 - \tan^2 \frac{\omega_I T}{2} \right) z + 1 + \tan^2 \frac{\omega_I T}{2}} \end{aligned} \quad (4.94)$$

Weiteres Umstellen und Anwendung der Winkelbeziehungen

$$\cos x = \frac{1 - \tan^2 \frac{x}{2}}{1 + \tan^2 \frac{x}{2}} \quad (4.95)$$

$$\sin x = \frac{2 \tan \frac{x}{2}}{1 + \tan^2 \frac{x}{2}} \quad (4.96)$$

ergibt in kompakter Form

$$G_I(z) = \frac{K_I}{\omega_I} \sin \omega_I T \frac{z^2 - 1}{z^2 - 2z \cos \omega_I T + 1} \quad (4.97)$$

### 4.3.2 Halteglieder und z-Transformation

Bei der Verwendung der z-Transformation zur Gewinnung eines zeitdiskreten Äquivalentes muss bekanntlich dem zeitkontinuierlichen Übertragungsglied ein Halteglied vorgeschaltet werden, wenn das Verhalten der zeitkontinuierlichen Übertragungsfunktion gut durch die z-Transformierte nachgebildet werden soll. Im Folgenden werden Halteglieder nullter und erster Ordnung auf ihre Eignung zur Diskretisierung von  $G_I(s)$  überprüft. Die entstehenden gebrochen rationalen Funktionen in  $s$  sind in Partialbrüche zu zerlegen, deren z-Transformierte aus entsprechenden Tabellen entnommen werden kann. Besonders ausführliche Transformationstabellen sind in [13] enthalten.

Für die Diskretisierung einer zeitkontinuierlichen Übertragungsfunktion  $G(s)$  mit einem vorgeschalteten Halteglied nullter Ordnung ergibt sich

$$G(z) = \frac{z-1}{z} \mathcal{Z} \left\{ \frac{G(s)}{s} \right\} \quad (4.98)$$

#### 4 Analyse der frequenzselektiven Regelung

Bei der Vorschaltung eines Halteglieds erster Ordnung ist zwischen kausalem und nichtkausalem Halteglied zu unterscheiden. Für ein kausales Halteglied erster Ordnung gilt ([11] S. 46)

$$G(z) = \left( \frac{z-1}{z} \right)^2 \mathcal{Z} \left\{ \frac{1+Ts}{T} \frac{G(s)}{s^2} \right\} \quad (4.99)$$

Für ein nichtkausales Halteglied erster Ordnung gilt ([12] S. 205)

$$G(z) = \frac{(z-1)^2}{Tz} \mathcal{Z} \left\{ \frac{G(s)}{s^2} \right\} \quad (4.100)$$

Die Anwendung eines Halteglieds nullter Ordnung auf  $G_I(s)$  führt auf folgende Gleichungen

$$\begin{aligned} G_I(z) &= \frac{z-1}{z} \mathcal{Z} \left\{ \frac{2K_I s}{(s^2 + \omega_I^2)s} \right\} \\ &= \frac{z-1}{z} \mathcal{Z} \left\{ \frac{2K_I}{\omega_I} \frac{\omega_I}{s^2 + \omega_I^2} \right\} \\ &= \frac{z-1}{z} \frac{2K_I}{\omega_I} \frac{z \sin \omega_I T}{z^2 - 2z \cos \omega_I T + 1} \\ &= \frac{2K_I \sin \omega_I T}{\omega_I} \frac{z-1}{z^2 - 2z \cos \omega_I T + 1} \end{aligned} \quad (4.101)$$

Das Polpaar wird exakt wiedergegeben, im Vergleich mit (4.97) fehlt allerdings die Nullstelle  $z = -1$  und es liegt ein anderer Proportionalitätsfaktor vor. Die Auswirkungen dieser Abweichungen auf Frequenzgang und Zeitverlauf wird später noch dargestellt.

Die Verwendung von Gleichung 4.99 (kausales Halteglied erster Ordnung) ergibt

$$\begin{aligned} G_I(z) &= \left( \frac{z-1}{z} \right)^2 \mathcal{Z} \left\{ \frac{1+Ts}{T} \frac{2K_I s}{(s^2 + \omega_I^2)s^2} \right\} \\ &= \frac{2K_I}{T} \left( \frac{z-1}{z} \right)^2 \mathcal{Z} \left\{ \frac{1}{(s^2 + \omega_I^2)s} + \frac{T}{s^2 + \omega_I^2} \right\} \\ &= \frac{2K_I}{T} \left( \frac{z-1}{z} \right)^2 \mathcal{Z} \left\{ \frac{1}{\omega_I^2} \frac{1}{s} - \frac{1}{\omega_I^2} \frac{s}{s^2 + \omega_I^2} + \frac{T}{\omega_I} \frac{\omega_I}{s^2 + \omega_I^2} \right\} \\ &= \frac{2K_I}{T} \left( \frac{z-1}{z} \right)^2 \left( \frac{1}{\omega_I^2} \frac{z}{z-1} - \frac{1}{\omega_I^2} \frac{z(z - \cos \omega_I T)}{z^2 - 2z \cos \omega_I T + 1} \right. \\ &\quad \left. + \frac{T}{\omega_I} \frac{z \sin \omega_I T}{z^2 - 2z \cos \omega_I T + 1} \right) \end{aligned} \quad (4.102)$$

Durch Zusammenfassen der Brüche ergibt sich eine z-Funktion dritter Ordnung

$$G_I(z) = \frac{b_0 z^2 + b_1 z + b_2}{a_0 z^3 + a_1 z^2 + a_2 z + a_3} \quad (4.103)$$

mit folgenden Koeffizienten

$$b_0 = 2 \frac{K_I}{T \omega_I^2} (T \omega_I \sin(T \omega_I) + 1 - \cos(T \omega_I)) \quad (4.104)$$

$$b_1 = 2 \frac{K_I}{T \omega_I^2} (-2 T \omega_I \sin(T \omega_I)) \quad (4.105)$$

$$b_2 = 2 \frac{K_I}{T \omega_I^2} (T \omega_I \sin(T \omega_I) - 1 + \cos(T \omega_I)) \quad (4.106)$$

$$a_0 = 1 \quad (4.107)$$

$$a_1 = -2 \cos(T \omega_I) \quad (4.108)$$

$$a_2 = 1 \quad (4.109)$$

$$a_3 = 0 \quad (4.110)$$

Da das Absolutglied des Nenners  $a_3$  verschwindet, kann durch die Multiplikation mit  $z$  die Übertragungsfunktion um einen Abtastschritt zeitlich vorgezogen werden. Es entsteht wieder eine Funktion 2. Ordnung. Durch diese Multiplikation wird die durch das kausale Halteglied erster Ordnung eingebrachte Verzögerung wieder eliminiert. Bei der Verwendung eines nicht kausalen Haltegliedes ist dies nicht notwendig, wie die folgende Anwendung von Gleichung 4.100 auf  $G_I(s)$  zeigt

$$\begin{aligned} G_I(z) &= \frac{(z-1)^2}{z} \mathcal{Z} \left\{ \frac{2K_I s}{(s^2 + \omega_I^2)s^2} \right\} \\ &= \frac{2K_I}{T \omega_I^2} \frac{(z-1)^2}{z} \mathcal{Z} \left\{ \frac{1}{s} - \frac{s}{s^2 + \omega_I^2} \right\} \\ &= \frac{2K_I}{T \omega_I^2} \frac{(z-1)^2}{z} \left( \frac{z}{z-1} - \frac{z(z - \cos \omega_I T)}{z^2 - 2z \cos \omega_I T + 1} \right) \\ &= \frac{2K_I}{T \omega_I^2} \frac{(z-1)(z+1)(1 - \cos \omega_I T)}{z^2 - 2z \cos \omega_I T + 1} \\ &= \frac{2K_I (1 - \cos \omega_I T)}{T \omega_I^2} \frac{z^2 - 1}{z^2 - 2z \cos \omega_I T + 1} \end{aligned} \quad (4.111)$$

### 4.3.3 Übertragung der Pol- und Nullstellen

Die Lage der Polstellen von  $G_I(s)$  wurde bereits diskutiert. Für die Abbildung eines allgemeinen konjugiert komplexen Polstellenpaares vom  $s$ -Bereich in den  $z$ -Bereich gilt immer

$$s_{1/2} = -\delta \pm j\omega \rightarrow z_{1/2} = e^{T(-\delta \pm j\omega)} = e^{-\delta T} e^{\pm j\omega T} = A e^{\pm j\varphi} \quad (4.112)$$

Die Lage der Nullstellen im  $z$ -Bereich ist im allgemeinen nicht so einfach aus der Lage der Nullstellen im  $s$ -Bereich bestimmbar. In der Literatur finden sich Angaben in geschlossener Form nur für Sonderfälle. Im vorliegenden Fall sind die beiden Nullstellen  $s = 0$  und  $s = \infty$  aber einfach zu handhaben. Für die erste Nullstelle ergibt sich wieder

#### 4 Analyse der frequenzselektiven Regelung

über (4.81)  $z = 1$ . Nullstellen in Unendlichen werden auf  $z = -1$  abgebildet, da die Nyquist-Frequenz die höchste real darstellbare Frequenz auf dem Einheitskreis ist.

Die Zusammenstellung der genannten Pol- und Nullstellen ergibt folgende diskrete Übertragungsfunktion

$$\begin{aligned} G(z) &= K_0 \frac{(z-1)(z+1)}{(z-e^{j\omega_I T})(z-e^{-j\omega_I T})} \\ &= K_0 \frac{z^2 - 1}{z^2 - 2z \cos \omega_I T + 1} \end{aligned} \quad (4.113)$$

Der Zusammenhang zwischen dem Wichtungsfaktor  $K_0$  und dem  $K_I$ -Wert kann aus dem Vergleich der Zeitverläufe für die kontinuierliche und die diskrete Übertragungsfunktion bei Anregung durch eine Sinusschwingung der Frequenz  $\omega_I$  ermittelt werden. Im kontinuierlichen Zeitbereich gilt

$$u(t) = \sin \omega_I t \quad (4.114)$$

$$\begin{aligned} y(t) &= u(t) * g(t) \\ &= tK_I \sin \omega_I t \end{aligned} \quad (4.115)$$

Für die abgetasteten Größen gilt allgemein ( $k = 0, 1, 2, \dots$ )

$$y[k] = K_0 u[k] + K_0 u[k-2] + 2 \cos(\omega_I T) y[k-1] - y[k-2] \quad (4.116)$$

Wenn verschwindende Anfangswerte vorausgesetzt werden, ergibt sich für den Zeitpunkt  $t = T$  ( $k = 1$ )

$$u[1] = \sin \omega_I T \quad (4.117)$$

$$y[1] = K_0 u[1] = K_0 \sin \omega_I T \quad (4.118)$$

$$y(T) = TK_I \sin \omega_I T \quad (4.119)$$

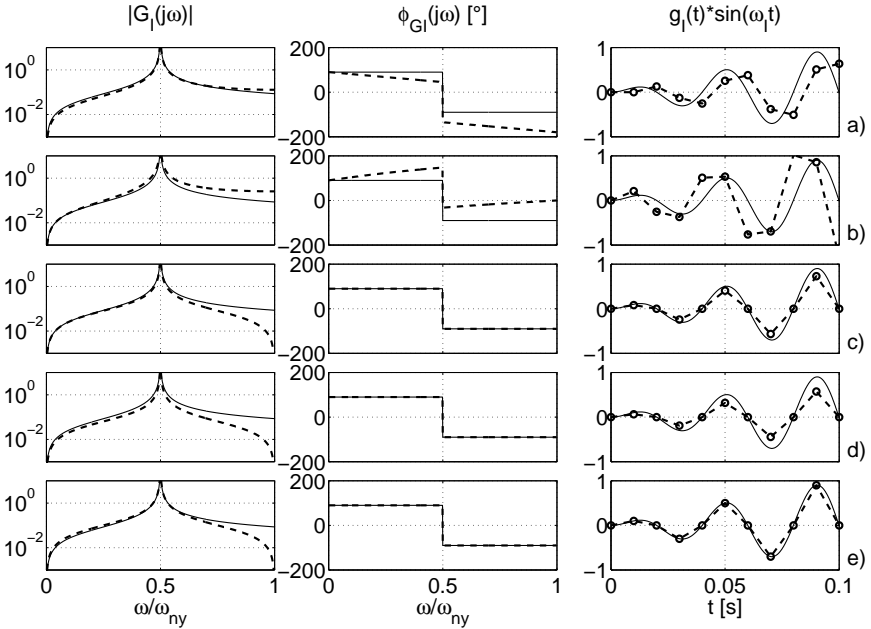
und daraus folgt

$$K_0 = TK_I \quad (4.120)$$

#### 4.3.4 Vergleich der Diskretisierungsmethoden

Wird das Verhältnis von Modulationsfrequenz des Reglers zur Nyquist-Frequenz  $\omega_I/\omega_{ny}$  kleiner, so verringern sich die Unterschiede zwischen den mit den verschiedenen Methoden diskretisierten Übertragungsfunktionen. Für die spätere Anwendung liegen die Modulationsfrequenzen der Regler für die charakteristischen Stromrichterüberschwingungen zwischen 0.06 und 0.3  $\omega_{ny}$ . In diesem Bereich hat die Wahl der Diskretisierungsmethode einen großen Einfluss auf die Genauigkeit.

In Abbildung 4.10 sind der Amplituden- und Phasenfrequenzgang sowie die Ausgangszeitfunktion für eine sinusförmige Erregung mit Modulationsfrequenz für die verschiedenen vorgestellten Diskretisierungsmethoden dargestellt (es wurden nur diejenigen dargestellt, die eine korrekte Abbildung der Polstellen im  $z$ -Bereich ergaben). Zur besonderen Veranschaulichung wurde ein Verhältnis  $\omega_I/\omega_{ny}$  von 0.5 gewählt. Die



**Abb. 4.10:** Frequenzgang und Zeitantwort der Übertragungsfunktion  $G_I$  für verschiedene Diskretisierungsmethoden (für  $T = 0.01$  s,  $T_I = 0.1$  s,  $\omega_I = 0.5 \omega_{ny}$ ): a) Halteglied 0.Ordnung, b) kausales Halteglied 1.Ordnung, c) nichtkausales Halteglied 1.Ordnung, d) Bilineartransformation mit Frequenzanpassung, e) Übertragung der Pol- und Nullstellen

Abtastzeitpunkte entsprechen dann den Nulldurchgängen und Scheitelpunkten der idealen Reglerausgangsfunktion. Der Verlauf der idealen Größen ist jeweils durch eine durchgezogene Linie dargestellt.

Die Verläufe für Halteglied 0. Ordnung und kausales Halteglied 1. Ordnung zeigen sowohl einen Amplituden- als auch einen Phasenfehler gegenüber dem idealen Regler. Dies ergibt sich aus der nichtidealen Abbildung der Nullstellen der Übertragungsfunktion. Für das nichtkausale Halteglied 1. Ordnung und die Bilineartransformation mit Frequenzanpassung gibt es nur einen Amplitudenfehler, der Phasengang zeigt den idealen Verlauf. Die durch Übertragung der Pol- und Nullstellen entstandene Übertragungsfunktion zeigt eine exakte Abtastung der idealen Funktion im Zeitbereich und bietet somit die beste Approximation der Reglerfunktion im diskreten Zeitbereich.

## 4.4 Einfacher Regelkreis im diskreten Zeitbereich

In Analogie zu den Untersuchungen im kontinuierlichen Zeitbereich im Abschnitt 4.2 werden im weiteren Aussagen zur Stabilität und Dynamik für einen einfachen Regelkreis im zeitdiskreten Bereich hergeleitet (Abbildung 4.11).

Für die Regelstrecke wird ein zeitdiskretes Äquivalent mit vorgeschaltetem Halteglied 0.Ordnung eingesetzt. Die Ermittlung dieser zeitdiskreten Übertragungsfunktion erfolgt mit Anwendung der schon im Abschnitt 4.3.2 angegebenen Gleichung 4.98 auf die zeitkontinuierliche Übertragungsfunktion des PT<sub>2</sub>-Gliedes

$$G_{sd}(z) = \frac{z-1}{z} \mathcal{Z} \left\{ \frac{1}{s} \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\delta s + \omega_0^2} \right\} \quad (4.121)$$

In [11] ist das Ergebnis bereits tabelliert. Es ergibt sich eine Übertragungsfunktion 2. Ordnung

$$G_{sd}(z) = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \quad (4.122)$$

mit folgenden Koeffizienten (Definitionen von  $\delta$  und  $\omega_e$  siehe Gleichungen 4.37 und 4.38)

$$b_1 = 1 - e^{-\delta T} \left( \cos \omega_e T + \frac{\delta}{\omega_e} \sin \omega_e T \right) \quad (4.123)$$

$$b_2 = e^{-\delta T} \left( e^{-\delta T} - \cos \omega_e T + \frac{\delta}{\omega_e} \sin \omega_e T \right) \quad (4.124)$$

$$a_1 = -2e^{-\delta T} \cos \omega_e T \quad (4.125)$$

$$a_2 = e^{-2\delta T} \quad (4.126)$$

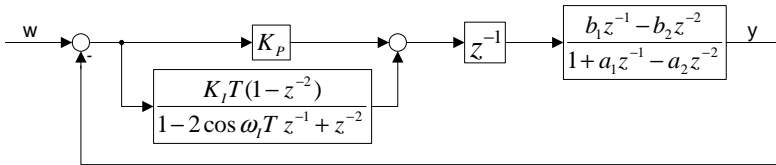
Für den Regler kommt die genaueste Approximation mit Anpassung der Pol- und Nullstellen zur Anwendung

$$G_{PI d}(z) = \frac{K_I T (1 - z^{-2})}{1 - 2 \cos \omega_I T z^{-1} + z^{-2}} = \frac{K'_I (1 - z^{-2})}{1 + c_I z^{-1} + z^{-2}} \quad (4.127)$$

mit den zusammengefassten Parametern

$$K'_I = K_I T \quad (4.128)$$

$$c_I = -2z \cos \omega_I T \quad (4.129)$$



**Abb. 4.11:** Einfacher zeitdiskreter Regelkreis mit frequenzselektivem PI-Regler, Totzeit und zeitdiskretem Äquivalent für PT<sub>2</sub>-Strecke mit Halteglied 0.Ordnung



Außerdem wird eine Totzeit eingefügt, welche die reale Berechnungsdauer der digitalen Regelalgorithmen berücksichtigt. In Anlehnung an die realisierte Regelung für den Hybridfilter wird eine Totzeit von einer Abtastzeit angenommen.

#### 4.4.1 Untersuchung der Stabilität mit Jury-Kriterium

Das Vorgehen zur Untersuchung der Stabilität des zeitdiskreten Regelkreises ist bis zur Aufstellung der Führungsübertragungsfunktion des Regelkreises analog dem Vorgehen beim zeitkontinuierlichen Regelkreis in Abschnitt 4.2.1. Der Unterschied besteht in der Auswertung der charakteristischen Gleichung (Nenner der Führungsübertragungsfunktion). Beim Hurwitz-Kriterium geht es um das Vorzeichen der Realteile der Nullstellen der charakteristischen Gleichung, um damit die Lage der Polstellen in der linken oder rechten Halbebene der s-Ebene zu bestimmen. Beim Jury-Kriterium werden Aussagen zum Betrag der Nullstellen gemacht, um damit die Lage der Polstellen innerhalb oder außerhalb des Einheitskreises in der z-Ebene festzustellen.

Die Übertragungsfunktion der offenen Kette des zeitdiskreten Regelkreises lautet

$$G_{0d}(z) = G_{PI d} z^{-1} G_{Sd} = \frac{K'_I(1 - z^{-2})}{1 + c_I z^{-1} + z^{-2}} z^{-1} \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} = \frac{N_{0d}(z)}{D_{0d}(z)} \quad (4.130)$$

Aus der Führungsübertragungsfunktion

$$G_{wd}(s) = \frac{G_{0d}}{1 + G_{0d}} = \frac{N_{0d} D_{0d}}{D_{0d} (D_{0d} + N_{0d})} \quad (4.131)$$

ergibt sich die charakteristische Gleichung

$$D_{0d} (D_{0d} + N_{0d}) = 0 \quad (4.132)$$

Es wird vorausgesetzt, dass die Polstellen der zeitdiskreten Äquivalente des Reglers und der Strecke innerhalb des Einheitskreises liegen (Nullstellen des Nenners  $D_{0d}$ ). Es muss also nur die Summe aus Zähler und Nenner untersucht werden, die auf eine Gleichung 5. Ordnung

$$(D_{0d} + N_{0d}) = A_5 z^5 + A_4 z^4 + A_3 z^3 + A_2 z^2 + A_1 z + A_0 = 0 \quad (4.133)$$

mit folgenden Koeffizienten führt

$$A_0 = b_2 K_P - K'_I b_2 \quad (4.134)$$

$$A_1 = (b_1 + c_I b_2) K_P + a_2 - K'_I b_1 \quad (4.135)$$

$$A_2 = (b_2 + c_I b_1) K_P + c_I a_2 + K'_I b_2 + a_1 \quad (4.136)$$

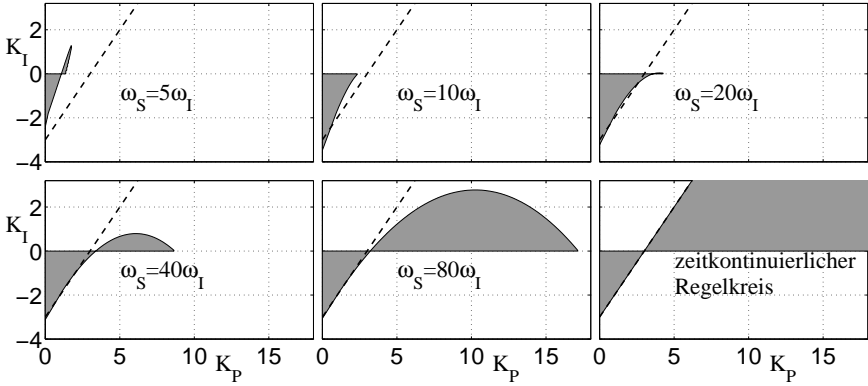
$$A_3 = b_1 K_P + K'_I b_1 + 1 + c_I a_1 + a_2 \quad (4.137)$$

$$A_4 = c_I + a_1 \quad (4.138)$$

$$A_5 = 1 \quad (4.139)$$

Das Jury-Kriterium ergibt für eine Gleichung 5. Ordnung 6 Bedingungen für die Lage der Polstellen innerhalb des Einheitskreises. Der Algorithmus für die Aufstellung

## 4 Analyse der frequenzselektiven Regelung



**Abb. 4.12:**  $K_P$ - $K_I$ -Stabilitätsbereich für zeitdiskreten Regelkreis für große Abtastfrequenzen  $\omega_S$  (konstante Parameter:  $\omega_I=4$ ,  $\omega_0=2$ ,  $\delta=1$ )

dieser Bedingungen ist im Anhang B.1 dargestellt. Ebenso sind die Ergebnisse für die vorliegende Gleichung aus Platzgründen im Anhang B.2 in den Ungleichungen B.8 bis B.13 aufgeführt und das Vorgehen für die grafische Ermittlung des  $K_P$ - $K_I$ -Stabilitätsbereiches beschrieben.

Im Ergebnis der Anwendung des Jury-Kriteriums zeigt sich die besondere Bedeutung der Abtastfrequenz  $\omega_S$  und damit der Totzeit für die Stabilität des zeitdiskreten Regelkreises.

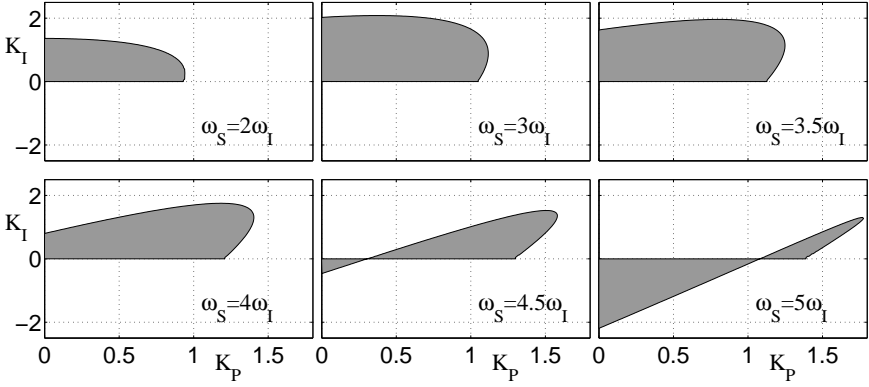
$$\omega_S = \frac{2\pi}{T} = 2\omega_{ny} \quad (4.140)$$

In Abbildung 4.12 sind für einige Abtastfrequenzen, die im Vergleich zur Modulationsfrequenz relativ groß sind, die Stabilitätsbereiche dargestellt. Für steigende Abtastfrequenz und damit kleiner werdende Totzeit nähert sich der Stabilitätsbereich des zeitdiskreten Regelkreises dem Stabilitätsbereich des zeitkontinuierlichen Regelkreises an. Für sinkende Abtastfrequenz und größer werdende Totzeit verkleinert sich der maximal zulässige  $K_P$ -Wert und auch  $K_I$ -Wert und die erreichbare Dynamik des Regelkreises verschlechtert sich entsprechend. Trotzdem sollte es, selbst wenn die Modulationsfrequenz im Bereich der Nyquist-Frequenz liegt, theoretisch möglich sein, eine stabile Regelung zu erreichen, wie Abbildung 4.13 zeigt.

## 4.5 Weitere frequenzselektive Übertragungsfunktionen

### 4.5.1 Bandpass

Durch die Anwendung der Tiefpass-Bandpass-Transformation in ihrem wörtlichen Sinn kann aus einer Tiefpass-Übertragungsfunktion eine Bandpass-Übertragungsfunktion



**Abb. 4.13:**  $K_P$ - $K_I$ -Stabilitätsbereich für zeitdiskreten Regelkreis für kleine Abtastfrequenzen  $\omega_S$  (konstante Parameter:  $\omega_I=4$ ,  $\omega_0=2$ ,  $\delta=1$ )

gewonnen werden. Aus einem Tiefpass 1. Ordnung mit der Zeitkonstante  $T_1$  ergibt sich durch Anwendung der Gleichung 4.26 folgender Bandpass:

$$G_{TP}(s) = \frac{1}{T_1 s + 1} \quad (4.141)$$

$$\begin{aligned} G_{BP}(s) &= \frac{1}{T_1 \left( \frac{s^2 + \omega_m^2}{2s} \right) + 1} \\ &= \frac{\frac{2}{T_1} s}{s^2 + \frac{2}{T_1} s + \omega_m^2} \end{aligned} \quad (4.142)$$

Die Zeitdiskretisierung mittels Bilineartransformation mit Frequenzanpassung entsprechend Gleichung 4.88 ergibt die beste Approximation. Die Koeffizienten entsprechend der allgemeinen z-Übertragungsfunktion 2. Ordnung

$$G(z) = \frac{b'_0 + b'_1 z^{-1} + b'_2 z^{-2}}{a'_0 + a'_1 z^{-1} + a'_2 z^{-2}} \quad (4.143)$$

lauten:

$$b'_0 = 2 \tan(1/2 \omega_S T_0) \quad (4.144)$$

$$b'_1 = 0 \quad (4.145)$$

$$b'_2 = -2 \tan(1/2 \omega_S T_0) \quad (4.146)$$

$$a'_0 = \omega_S T_1 + 2 \tan(1/2 \omega_S T_0) + \omega_S (\tan(1/2 \omega_S T_0))^2 T_1 \quad (4.147)$$

$$a'_1 = 2 \omega_S T_1 (-1 + (\tan(1/2 \omega_S T_0))^2) \quad (4.148)$$

$$a'_2 = -2 \tan(1/2 \omega_S T_0) + \omega_S T_1 + \omega_S (\tan(1/2 \omega_S T_0))^2 T_1 \quad (4.149)$$

#### 4 Analyse der frequenzselektiven Regelung

Für eine einheitliche Darstellung als IIR-Filter (siehe nächster Abschnitt) wird eine Normierung vorgenommen, so dass der Koeffizient  $a_0$  den Wert 1 erhält (Division durch  $a'_0$ ). Durch Anwendung der Additionstheoreme

$$1 + \tan^2 \frac{x}{2} = \frac{2 \tan \frac{x}{2}}{\sin x} \quad (4.150)$$

$$1 - \tan^2 \frac{x}{2} = \frac{2 \tan \frac{x}{2}}{\tan x} \quad (4.151)$$

ergeben sich die Koeffizienten in vereinfachter Form:

$$b_0 = \frac{\sin \omega_m T}{\omega_m T_1 + \sin \omega_m T} \quad (4.152)$$

$$b_1 = 0 \quad (4.153)$$

$$b_2 = -\frac{\sin \omega_m T}{\omega_m T_1 + \sin \omega_m T} \quad (4.154)$$

$$a_0 = 1 \quad (4.155)$$

$$a_1 = -2 \frac{\omega_m T_1 \cos \omega_m T}{\omega_m T_1 + \sin \omega_m T} \quad (4.156)$$

$$a_2 = \frac{\omega_m T_1 - \sin \omega_m T}{\omega_m T_1 + \sin \omega_m T} \quad (4.157)$$

##### 4.5.2 Bandsperre

Durch die Anwendung der Tiefpass-Bandpass-Transformation auf einen Hochpass 1. Ordnung erhält man die Übertragungsfunktion für eine Bandsperre. Über Bilineartransformation und Umformungen können die Koeffizienten wie im Fall des Bandpasses berechnet werden. Eine kürzere Variante, die zum selben Ergebnis führt, nutzt aus, dass die gesuchte Bandsperre die Komplementärfunktion zum Bandpass ist, deshalb gilt sowohl im s-Bereich

$$\begin{aligned} G_{BS}(s) &= 1 - G_{BP}(s) \\ &= 1 - \frac{\frac{2}{T_1}s}{s^2 + \frac{2}{T_1}s + \omega_m^2} \\ &= \frac{s^2 + \omega_m^2}{s^2 + \frac{2}{T_1}s + \omega_m^2} \end{aligned} \quad (4.158)$$

als auch im z-Bereich

$$\begin{aligned} G_{BS}(z) &= 1 - G_{BP}(z) \\ &= 1 - \frac{b_0 + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \\ &= \frac{1 - b_0 + a_1 z^{-1} + (a_2 - b_2) z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \end{aligned} \quad (4.159)$$

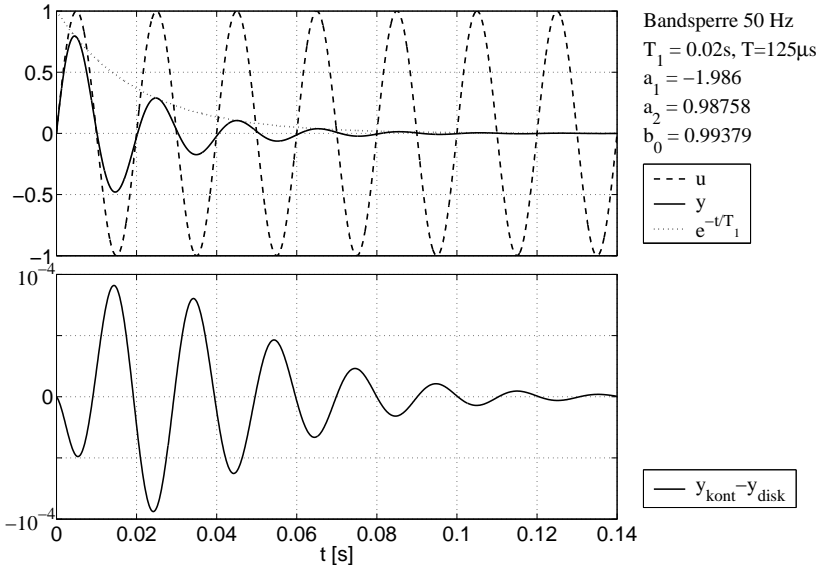
Die Nennerkoeffizienten sind mit denen des Bandpasses identisch. Die Zählerkoeffizienten können leicht aus den Koeffizienten des Bandpasses berechnet werden:

$$b_{0BS} = 1 - b_0 = \frac{\omega_m T_1}{\omega_m T_1 + \sin \omega_m T} \quad (4.160)$$

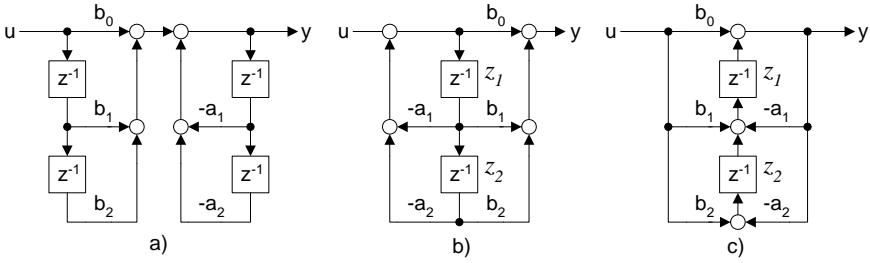
$$b_{1BS} = a_1 = -2 \frac{\omega_m T_1 \cos \omega_m T}{\omega_m T_1 + \sin \omega_m T} \quad (4.161)$$

$$b_{2BS} = a_2 - b_2 = \frac{\omega_m T_1}{\omega_m T_1 + \sin \omega_m T} = b_{0BS} \quad (4.162)$$

In Abbildung 4.14 ist das dynamische Verhalten einer Bandsperre für 50 Hz mit einer Zeitkonstante  $T_1$  von 0.02 s für eine sinusförmige Eingangsgröße mit 50 Hz abgebildet. Die Hüllkurve des Ausgangssignals wird durch die Sprungantwort des Hochpasses 1. Ordnung mit gleicher Zeitkonstante beschrieben. Im unteren Diagramm ist die Differenz zwischen dem Ausgangssignal der zeitkontinuierlichen Übertragungsfunktion  $y_{kont}$  und dem Ausgangssignal des zeitdiskreten Äquivalentes  $y_{disk}$  dargestellt.



**Abb. 4.14:** Verhalten der 50 Hz-Bandsperre bei 50 Hz-Eingangssignal; Differenz zwischen dem Ausgangssignal der zeitkontinuierlichen Übertragungsfunktion  $y_{kont}$  und dem Ausgangssignal des zeitdiskreten Äquivalentes  $y_{disk}$



**Abb. 4.15:** IIR-Filter-Strukturen: a) Direktform-I, b) Direktform-II, c) transponierte Direktform-II

## 4.6 Prozessorimplementierung

Alle vorgestellten frequenzselektiven Übertragungsfunktionen stellen IIR-Filter (*infinite impulse response*) 2. Ordnung dar, deren allgemeine Übertragungsfunktion lautet

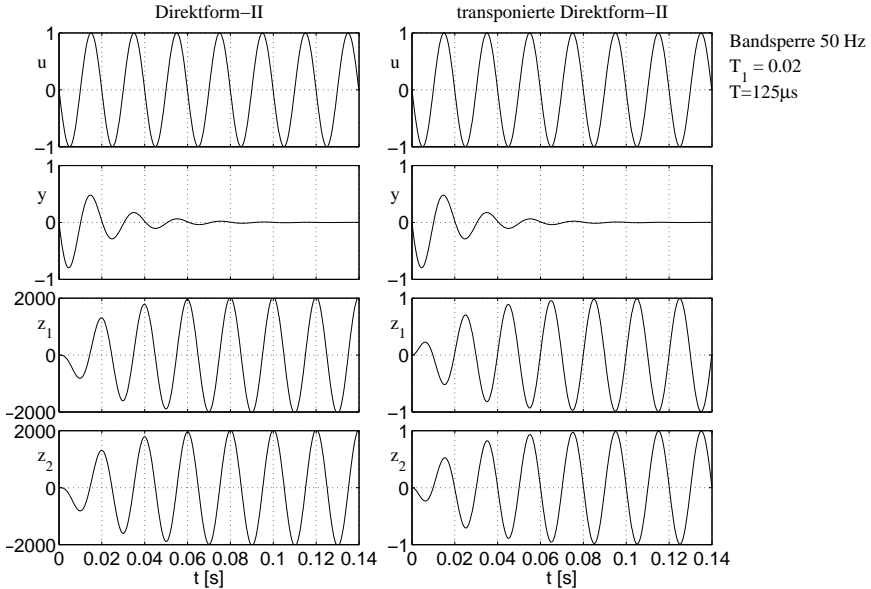
$$G(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \quad (4.163)$$

Im Unterschied zu FIR-Filtern (*finite impulse response*) ist mindestens einer der Koeffizienten  $a_i$  ( $i = 1, 2$ ) ungleich Null. Durch Division der Zähler und Nenner der Übertragungsfunktionen mit einer entsprechenden Potenz in  $z$  wird diese allgemeine Form, die nur noch Verzögerungselemente (negative Potenzen in  $z$ ) enthält, erreicht. Die zugehörige Differenzengleichung ergibt sich zu

$$y[k] = -a_1 y[k-1] - a_2 y[k-2] + b_0 u[k] + b_1 u[k-1] + b_2 u[k-2] \quad (4.164)$$

Eine Möglichkeit für die Umsetzung der Differenzengleichung im DSP zeigt das Blockschaltbild in Abbildung 4.15 a). Es wird in der Literatur auch als Direktform-I-Struktur bezeichnet. Eine verbesserte Umsetzung ist in Abbildung 4.15 b) dargestellt. Sie wird als Direktform-II-Struktur bezeichnet und besitzt die minimale Anzahl von Verzögerungsgliedern. Durch Umkehrung aller Signalflossrichtungen, Vertauschen von Ein- und Ausgang und Ersetzen aller Addierer durch Knoten und aller Knoten durch Addierer entsteht die transponierte Direktform-II-Struktur in Abbildung 4.15 c) [17].

Der Unterschied der beiden Direktform-II-Strukturen besteht im Wertebereich der Verzögerungselemente  $z_1$  und  $z_2$ . Für das Beispiel einer Bandsperre für 50 Hz sind in Abbildung 4.16 die Zeitverläufe für Eingang  $u$ , Ausgang  $y$  und die Ausgänge der beiden Verzögerungselemente  $z_1$  und  $z_2$  dargestellt. Es ist festzustellen, dass bei der Direktform-II der Wertebereich der Verzögerungselemente ein Mehrfaches des Wertebereiches des Eingangssignals beträgt. Hingegen wird bei der transponierten Direktform-II der Wertebereich des Eingangssignals durch die Werte der Verzögerungselemente nicht überschritten. Die transponierte Direktform-II eignet sich also besonders zur Implementierung mit Festkomma-Arithmetik.



**Abb. 4.16:** Vergleich der Ausgänge der beiden Verzögerungselemente  $z_1$  und  $z_2$  für Direktform-II-Strukturen am Beispiel der Bandsperre für 50 Hz ( $u$  und  $y$  sind identisch)

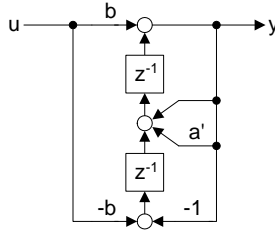
Bei der Implementierung der Reglerstruktur auf einem Festkomma-DSP sind weiterhin folgende Effekte zu beachten [12],[17]:

- Koeffizientenquantisierung
- Rundungsfehler können zu stationären Abweichungen am Ausgang führen (*limit cycle*)
- Überschreitung des Zahlenbereiches (Sättigung/Überlauf) kann zu ungewollten Schwingungen mit sehr großer Amplitude führen (*large scale limit cycle*)

Im weiteren werden diese Effekte bei der Implementierung der Übertragungsfunktion des frequenzselektiven Reglers  $G_I(z)$  auf einem 16-Bit-DSP diskutiert.

$$G_I(z) = \frac{b - bz^{-2}}{1 - az^{-1} + z^{-2}}, \quad b = K_I T, \quad a = 2 \cos \omega_I T \quad (4.165)$$

Der Aussteuerbereich der Messgröße (10-Bit-Analog-Digital-Wandler) und der Stellgröße (Pulsweitenmodulation, ca. 11 Bit) ist kleiner als die Wortbreite des DSP, somit spielt der Sättigungseffekt bei der Implementierung des Reglers nur eine untergeordnete Rolle, wenn die transponierte Direktform-II angewendet wird. Unabhängig davon



**Abb. 4.17:** Optimierte Struktur für frequenzselektiven Regler

muss im übergeordneten Regelkonzept natürlich eine Begrenzung der Stellgröße auf den praktisch realisierbaren Wert vorgenommen werden.

Es gibt nur zwei Koeffizienten, die sich von 0 oder 1 unterscheiden und deshalb quantisiert werden müssen. Der freiwählbare (bzw. im Rahmen der Stabilitäts- und Dynamikbetrachtungen einzustellende) Koeffizient  $b$  ist hinsichtlich des Quantisierungsfehlers unkritisch. Mit dem Koeffizienten  $a$  wird die Modulationsfrequenz des Reglers festgelegt, so dass hier eine hohe Genauigkeit erforderlich ist. Die Berechnungen erfolgen mit gebrochenen, Vorzeichen behaftete Binärzahlen (fractional-Format) im Bereich  $-1 \leq z < 1$ . Für Modulationsfrequenzen bis zu einem Drittel der Nyquistfrequenz (siehe Gleichung 4.80) gilt:

$$2 > 2 \cos \omega_I T \geq 1 \quad \text{mit} \quad 0 < \omega_I \leq \frac{\pi}{3T} \quad (4.166)$$

so dass durch Subtraktion von 1 der Koeffizient  $a'$  als positive Zahl im fractional-Format dargestellt wird:

$$a' = a - 1 = 2 \cos \omega_I T - 1 \quad (4.167)$$

$$1 > a' \geq 0 \quad \text{mit} \quad 0 < \omega_I \leq \frac{\pi}{3T} \quad (4.168)$$

Die Differenzengleichungen für den frequenzselektiven Regler mit  $a$  bzw.  $a'$  lauten

$$y[k] = ay[k-1] - y[k-2] + bu[k] - bu[k-2] \quad (4.169)$$

$$y[k] = a'y[k-1] + y[k-1] - y[k-2] + bu[k] - bu[k-2] \quad (4.170)$$

In Abbildung 4.17 ist die optimierte Struktur für den frequenzselektiven Regler dargestellt. Um zusätzlich zur Koeffizientenquantisierung weitere Ungenauigkeiten durch Rundungsfehler möglichst auszuschließen, muss die Addition an den Summierstellen sowie die Speicherung der Verzögerungselemente mit 32-Bit-Zahlen erfolgen. Erst bei der Weiterverarbeitung des Reglerausganges erfolgt eine Rundung auf eine 16-Bit-Zahl.

Der kritische Punkt für die Genauigkeit ist dabei wieder der Koeffizient  $a'$ . Während das Produkt  $u \cdot b$  als Multiplikation zweier 16-Bit-Zahlen exakt als 32-Bit-Wert weiterverarbeitet wird, stellt sich beim Produkt  $y \cdot a'$  das Problem, dass  $y$  bereits eine 32-Bit-Zahl ist. In einer ersten Variante arbeitete man mit einem gerundeten 16-Bit-Wert von  $y$  und führt eine einfache Multiplikation zweier 16-Bit-Werte durch, die



zweite, verbesserte Variante berücksichtigt auch die niederwertigen 16 Bit von  $y$  und korrigiert entsprechend die niederwertigen 16 Bit des Multiplikationsergebnisses. Dass sich dieser zusätzliche Rechenaufwand lohnt, wird am Beispiel der Impulsantwort eines digitalisierten Reglers für 250 Hz in Abbildung 4.18 demonstriert.

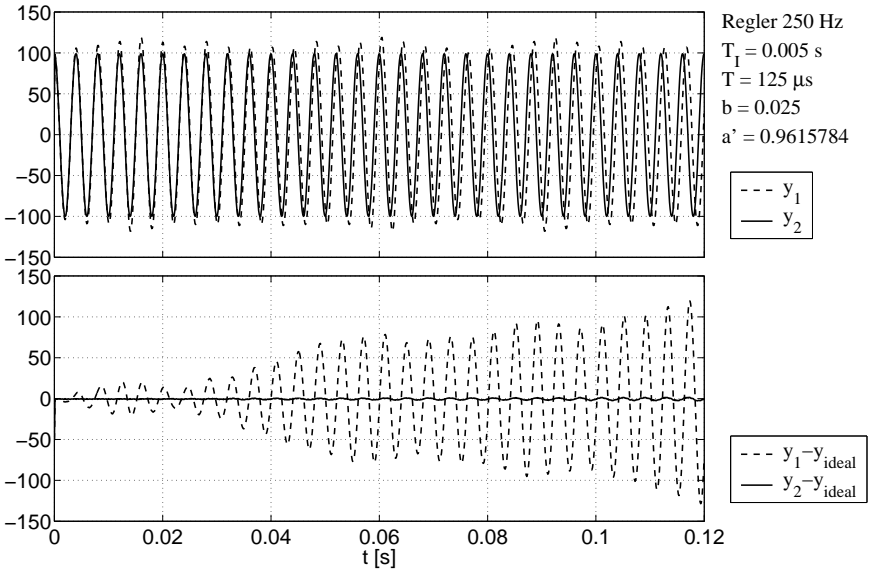
Die Ausgangsgröße  $y_1$  der ersten Variante zeigt deutliche Amplitudenschwankungen und wäre demnach Quelle für unerwünschte Oberschwingungen in der Stellgröße. Außerdem deutet die zunehmende Phasenverschiebung auf eine erhebliche Abweichung der Modulationsfrequenz vom Idealwert hin. Ein solcher Frequenzfehler ist zwar auch bei der zweiten Variante vorhanden, aber wesentlich geringer. Ein Vergleich der zweiten Variante mit der idealen zeitkontinuierlichen Impulsantwort  $y_{ideal}$  ist in Abbildung 4.19 zu sehen. Durch Differenzbildung entsteht eine Schwebung mit der Periodendauer  $T_S = 39.244$  s, d. h. in dieser Zeit ist durch den Frequenzfehler eine Phasenverschiebung von  $2\pi$  aufgelaufen. Die Frequenzabweichung ergibt sich zu

$$\Delta f = \frac{1}{T_S} = 0.02548160228315 \text{ Hz} \quad (4.171)$$

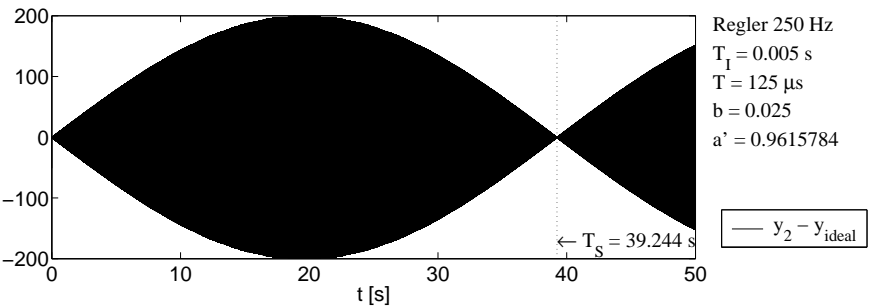
und entspricht nahezu exakt der Frequenzabweichung, die durch die Koeffizientenquantisierung von  $a'$  entsteht

$$\Delta f_{quant} = \left| \frac{\arccos \frac{\frac{\text{round}(2^{15}(2\cos 2\pi f T - 1)) + 1}{2^{15}}}{2} - f}{2\pi T} \right| = 0.02548147929360 \text{ Hz} \quad (4.172)$$

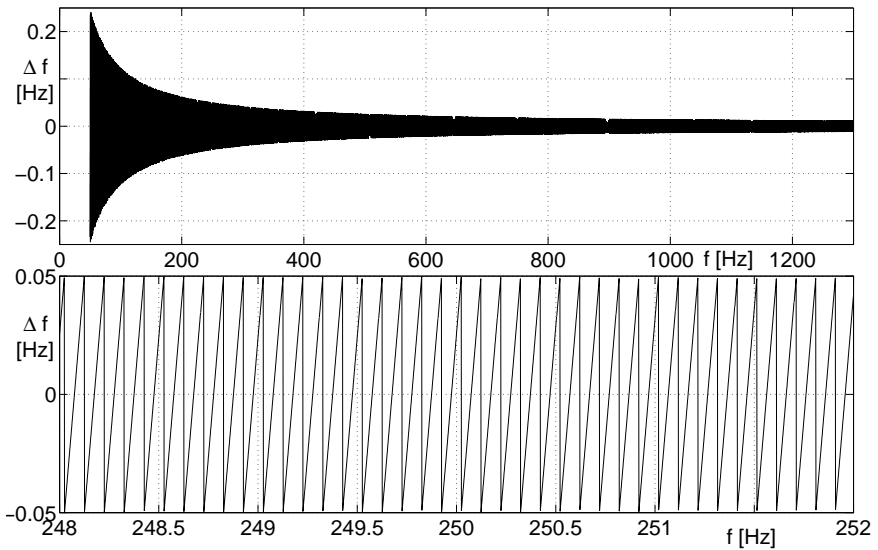
Die Auswertung von Gleichung 4.172 für den interessierenden Frequenzbereich bis 1300 Hz zeigt Abbildung 4.20. Mit zunehmender Frequenz verringert sich der absolute Frequenzfehler. Aber selbst für die 5. Oberschwingung mit einer Abweichung von 0.025 Hz ist die Quantisierung ausreichend genau. Das untere Diagramm zeigt eine vergrößerte Darstellung der Umgebung von 250 Hz.



**Abb. 4.18:** Vergleich der Implementierungsvarianten mit einfacher Multiplikation  $y_1$  und mit genauerer Multiplikation  $y_2$  am Beispiel der Impulsantwort eines frequenzselektiven Reglers für 250 Hz; Differenz der Ausgangssignale und der Impulsantwort des zeitkontinuierlichen Reglers



**Abb. 4.19:** Differenz der Ausgangssignale der Implementierungsvariante mit genauer Multiplikation  $y_2$  und des zeitkontinuierlichen Reglers; Markierung der Schwingungsperiode  $T_S$



**Abb. 4.20:** Frequenzfehler durch Quantisierung von  $a'$  für Modulationsfrequenzen von 50 bis 1300 Hz sowie vergrößerte Darstellung für 250 Hz



## 5 Beschreibung des Hybridfilters

### 5.1 Aufbau

Der Hybridfilter wird parallel zu den zu kompensierenden Lasten angeschlossen. Abbildung 5.1 zeigt das Schaltbild mit den wesentlichen Hardwarekomponenten und den Messgrößen, die im weiteren kurz erläutert werden.

Die drei Einphasentransformatoren sind mit einem Luftspalt im Eisenkern ausgeführt, so dass die Hauptinduktivität  $L_m$  nur  $400\ \mu\text{H}$  beträgt. Zusammen mit den Filterkondensatoren  $C_f$  bilden sie einen Reihenschwingkreis als passiven Filter. Die Einzelkapazitäten der Dreieckschaltung betragen  $0.4\ \text{mF}$ . Zur Berechnung der Resonanzfrequenz muss aber die äquivalente Kapazität in Sternschaltung von  $1.2\ \text{mF}$  angewendet werden. Die Resonanzfrequenz des Reihenschwingkreises beträgt  $230\ \text{Hz}$ . Das Übersetzungsverhältnis  $\tilde{u}$  der Transformatoren von Wechselrichterseite zur Netzanschlussseite beträgt  $1.6:1$ .

Der dreiphasige IGBT-Wechselrichter ist über einen Pulsfrequenzfilter bestehend aus der Induktivität  $L_p$  mit  $0.95\ \text{mH}$  und der Kapazität  $C_p$  mit  $0.66\ \mu\text{F}$  an den Wicklungsanfang jeweils eines Transformators angeschlossen. Die Wicklungsenden bilden einen isolierten Sternpunkt. Eine Nullsystemregelung ist somit nicht möglich.

Der Zwischenkreiskondensator wird über eine dreiphasige Diodenbrücke auf den Gleichrichtwert der momentanen Netzspannung gehalten. Zum Einschalten ist eine Vorladeschaltung notwendig. Durch diese Diodenbrücke werden die Verluste im Wechselrichter gedeckt und eventuell eine Wirkleistungsabgabe aus dem Zwischenkreis über den Wechselrichter ausgeglichen. Damit kann im Normalfall verhindert werden, dass eine Grundschrwingungskomponente im Wechselrichterstrom zur Regelung der Zwischenkreisspannung erforderlich ist. Diese Grundschrwingungskomponente ist nicht erwünscht, weil sonst der mögliche Oberschrwingungsstrom aufgrund der thermischen Belastbarkeit der IGBTs und Pulsfrequenzfilterinduktivitäten reduziert werden müsste. Durch die sehr kleine Grundschrwingungsspannung am Wechselrichtereingang wäre ein entsprechend großer Strom zur Deckung einer bestimmten Wirkleistung notwendig.

Alle Regelungsaufgaben und die gesamte Ablaufsteuerung werden mit zwei 16-bit Festkomma Digitalen Signalprozessoren (Texas Instruments TMS320LF2406) bewältigt. Zur Umsetzung der Messsignale kommen die internen 10-bit-Analog-Digital-Wandler der Prozessoren zur Anwendung. Die Generierung der Schaltsignale für die IGBT-Treiber erfolgt ebenfalls durch eine prozessorinterne PWM-Einheit. Es werden 160 Pulsperioden pro Netzperiode generiert. Durch einen Phasenregelkreis erfolgt die Synchronisation auf die Netzspannung und eine Anpassung an Netzfrequenzschwankungen. Somit ergibt sich für  $50\ \text{Hz}$  Netzfrequenz eine Pulsfrequenz von  $8\ \text{kHz}$ .

Es werden die dreiphasigen Größen Netzspannung  $u_N$ , Netzstrom  $i_N$ , Filterstrom  $i_F$  und Wechselrichterstrom  $i_{WR}$  sowie die Zwischenkreisspannung  $u_Z$  gemessen.

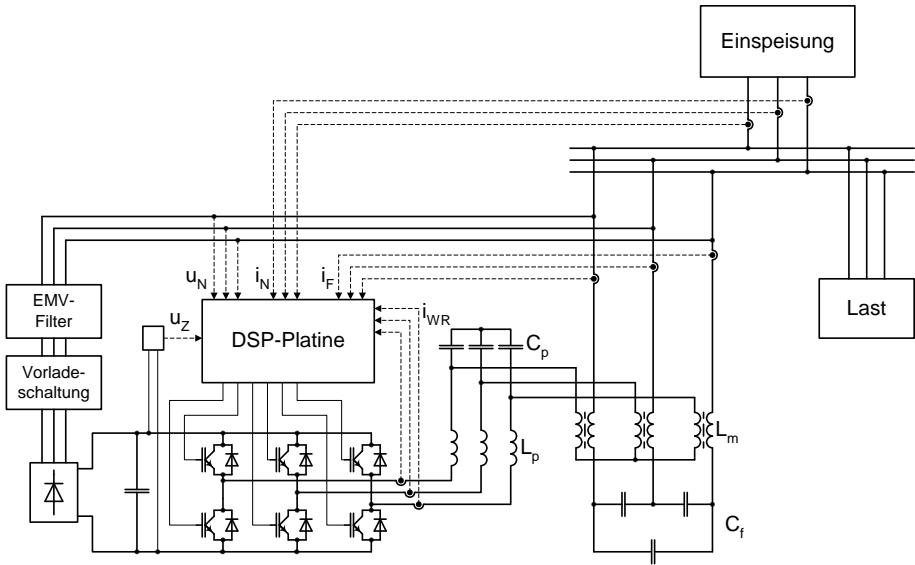


Abb. 5.1: Prinzipschaltbild des Hybridfilters

## 5.2 Regelungsstruktur

Abbildung 5.2 zeigt die gesamte Regelungsstruktur des Hybridfilters. Sie kann in zwei funktionale Teile zerlegt werden. Zum einen die Grundschwungs- und Zwischenkreisspannungsregelung, die im folgenden nur kurz beschrieben wird, und zum anderen die Oberschwingungsregelung.

### 5.2.1 Grundschwungsregelung

Die Grundschwungsregelung hat die Aufgabe, die Grundschwungskomponente im Wechselrichterstrom auf Null zu halten. Es erfolgt mit dem bekannten Prinzip der Gleichgrößenregler in  $dq$ -Koordinaten, wie es auch bei direkt ans Netz gekoppelten Wechselrichtern üblich ist. Es werden intern PI-Regler und eine Entkopplungsstruktur eingesetzt.

Die Zwischenkreisspannungsregelung wird nur wirksam, wenn  $u_Z$  ein bestimmtes Maximum (650 V) überschreitet. Dann wird ein solcher Sollwert für die Wirkkomponente (d-Komponente) der Grundschwungsregelung vorgegeben, dass einer weiteren Erhöhung von  $u_Z$  entgegen gewirkt wird. Dies ist aber nur bei solchen Netzverhältnissen notwendig, wenn die Oberschwingungsströme zusammen mit den vorhandenen Oberschwingungen der Netzspannung einen Wirkleistungsfluss in den Zwischenkreis ergeben. Die Verluste im Wechselrichter wirken dem entgegen.

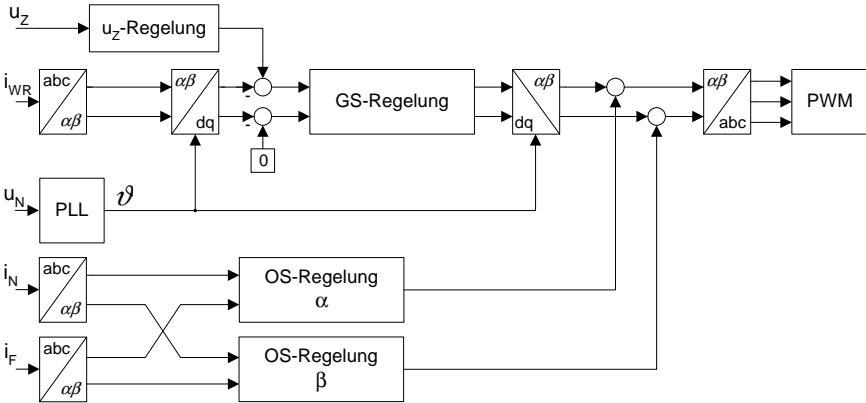


Abb. 5.2: Regelungsstruktur des Hybridfilters

Der Phasenregelkreis (PLL) stellt den Winkel der Netzspannung  $\vartheta$  für die  $dq$ -Transformation bereit. Sie bewirkt gleichzeitig eine Anpassung der Pulsfrequenz an die Netzfrequenz, so dass immer 160 Pulsperioden pro Netzperiode ausgegeben werden.

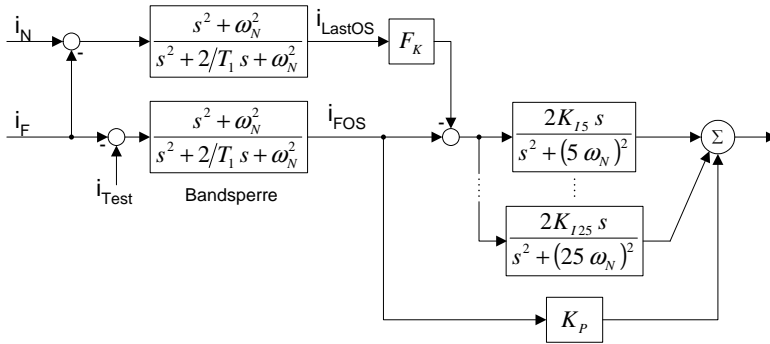
### 5.2.2 Oberschwingungsregelung

Die Regelung der Oberschwingungen erfolgt im ruhenden  $\alpha\beta$ -Koordinatensystem. Für jede Komponente wird eine Regelungsstruktur nach Abbildung 5.3 angewendet. Es erfolgt zwar keine direkte Messung des Laststromes, dieser wird aber indirekt als Störgröße verwendet, indem er aus dem gemessenen Netzstrom und Filterstrom berechnet wird. Diese Variante ist für eine Zentralkompensation für mehrere Lasten von Vorteil, da sich der gesamte Strom in der Einspeisung am einfachsten messen lässt. Es kommen zwei identische Bandsperren mit einer Zeitkonstante  $T_1 = 3$  ms zum Einsatz, um die Grundschwingungskomponente zu unterdrücken.

Mit dem Faktor  $F_K$  wird eine Einstellung des Kompensationsgrades vorgenommen. Für den Wert  $F_K = 1$  wird der gesamte Oberschwingungsstrom der Last kompensiert. Dieser Fall entspricht der Netzstromregelung, eine Messung des Filterstromes wäre dann eigentlich nicht notwendig. Für den Wert  $F_K = 0$  werden nur die Oberschwingungen im Filterstrom, die durch die Verzerrung der Netzspannung verursacht werden, unterdrückt, aber es erfolgt keine Kompensation von Oberschwingungsströmen der Last.

Als Regelabweichung, die den frequenzselektiven Reglern zugeführt wird, tritt die Differenz zwischen den Oberschwingungsspektren des Filter- und Laststromes auf (Laststrom entsprechend dem wirksamen Kompensationsgrad). Es kommen für die 5. bis 25. Oberschwingung optimierte frequenzselektive I-Regler, wie sie in Abbildung 4.17 dargestellt worden sind, zum Einsatz.

Die Eingangsgröße der Proportionalverstärkung  $K_P$  ist nicht identisch mit der Ein-



**Abb. 5.3:** Struktur der Oberschwingungsregelung für eine Komponente

gangsgröße der I-Regler. Durch die Wahl des Abgriffes für  $K_P$  bei  $i_{FOS}$  wird das Überspringen des Wechselrichterstromes bei Laständerungen reduziert, aber trotzdem eine Stabilisierung des Regelkreises erreicht.

Über das Testsignal  $i_{Test}$  kann ein sinusförmiger Sollwert einer der charakteristischen Frequenzen vorgegeben werden. Die dynamische Antwort gibt Aufschluss über das Systemverhalten bei dieser Frequenz und wird zur Validierung der Simulationsmodelle herangezogen.

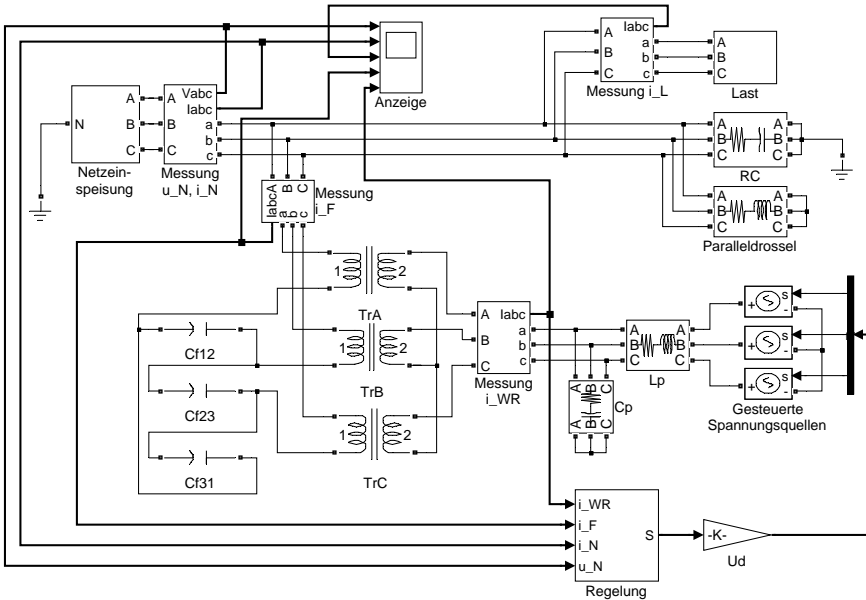
### 5.3 Modellbildung

Die Modellierung erfolgt auf Basis von MATLAB/Simulink. Es werden Modellvarianten mit unterschiedlichem Grad der Vereinfachung der realen Verhältnisse untersucht. Ziel ist es, die auftretenden Effekte möglichst einfach zu beschreiben und aus der Vielzahl der Parameter jene zu bestimmen, die einen wesentlichen Einfluss bei der Optimierung des Systems haben. Es wurde ein relativ ausführliches dreiphasiges Modell auf Basis der Simulink-Erweiterung für elektrische Systeme *SimPowerSystems* und einer selbstgeschriebenen Erweiterung zur Interpretation des DSP-Assembler-Codes für die Regelung erstellt. Außerdem wird mit einem einphasigen Modell aus Übertragungsfunktionen und Zustandsraummodellen unter Verwendung der *Control System Toolbox* gearbeitet.

Den Schwerpunkte der Untersuchungen im Rahmen dieser Dissertation bilden Aussagen zur Stabilität. Dabei stehen folgende Punkte im Vordergrund:

- Einfluss der Hardwareparameter des Hybridfilters
- Einstellung der Reglerparameter
- Auswirkungen der Struktur und Parameter des vorgeordneten Netzes
- Einfluss der Last





**Abb. 5.4:** Dreiphasiges Modell mit Simulink / SimPowerSystems (Signalfuss ist mit dickeren Linien hervorgehoben)

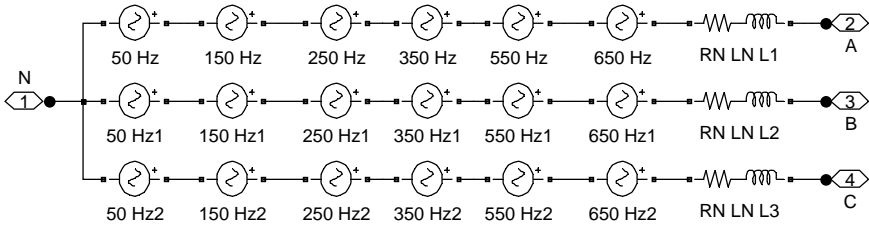
Nicht untersucht werden:

- Schalt- und Durchlassverluste der IGBT
- Verhalten hinsichtlich der Elektromagnetischen Verträglichkeit (Effekte die an die Pulsfrequenz des Wechselrichters gebunden sind)

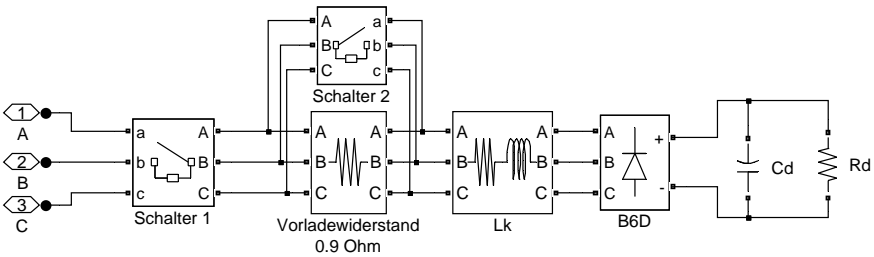
### 5.3.1 Dreiphasiges Modell

Abbildung 5.4 zeigt das dreiphasige Modell auf Basis von *SimPowerSystems*. Einige Teile des Modells sind als Untermodelle realisiert, die in den folgenden Abbildungen (5.5 bis 5.10) zu sehen sind. Wenn nicht andere Werte in besonderen Fällen angegeben sind, gelten die in Anhang A angegebenen Werte für die Bauelementparameter. Zum Teil beruhen die Angaben auf Schätzungen, insbesondere die ohmschen Anteile der verschiedenen Blindelemente.

Ohne das RC-Glied im Modell wäre der gemeinsame Netzknoten ein „induktiver“ Knoten (alle angeschlossenen Betriebsmittel haben Induktivitäten im Anschlusszweig) und das Netzwerk könnte nicht mit *Simulink* berechnet werden. Durch die Y-Kondensatoren des EMV-Filters der Diodenbrücke ist eine Kapazität von  $10 \mu\text{F}$  in der realen Schaltung vorhanden.



**Abb. 5.5:** Simulink-Modell der Netzeinspeisung



**Abb. 5.6:** Simulink-Modell der B6D-Last

Die Netzeinspeisung setzt sich aus Spannungsquellen für Grundschiwingung, 3., 5., 7., 11. und 13. Oberschiwingung und der Netzimpedanz zusammen. Es können beliebige unsymmetrische Werte vorgegeben werden (Abbildung 5.5).

Als Beispiel für eine Last ist hier die B6D-Last angegeben, da sie auch für den Vergleich zwischen Messergebnissen und Simulationsergebnissen herangezogen wird (Abbildung 5.6).

Die Regelung erfolgt nicht mit den Simulink-eigenen Regelungsblöcken sondern mit einer selbstprogrammierten Funktion. Dieses Vorgehen hat zum Ziel, dass die Regelung mit genau den gleichen Funktionen simuliert wird, die auch auf den Digitalen Signalprozessoren verwendet werden. Damit werden in der Simulation alle Effekte, die auf der 16-bit-Festkomma-Arithmetik beruhen (Quantisierung, Rundung), berücksichtigt. Der eigentliche Grund für diesen zusätzlichen Aufwand ist aber, dass Tests und Optimierung des DSP-Programmcodes in der Umgebung von MATLAB/Simulink ermöglicht werden.

Für diese Aufgabe wurde ein Interpreter geschrieben, welcher den Assemblercode für den TMS320LF2406 in Assemblercode für die Intel-x86-Prozessoren (Pentium) übersetzt. Solche Interpreter können mit den lexikalischen und syntaktischen Analysewerkzeugen *flex* und *bison* relativ bequem erstellt werden [22]. Der so erzeugte Assemblercode wird in eine C++-Klasse eingebettet, welche die benötigte Peripherie und den RAM des DSP nachbildet. Diese Klasse wird von der C++-Schnittstelle von Simulink aufgerufen (*S-Function*). Diese Vorgehensweise sollte nicht mit der in MATLAB/Simulink möglichen C-Codegenerierung mit dem *Real-Time Workshop* verwechselt werden.

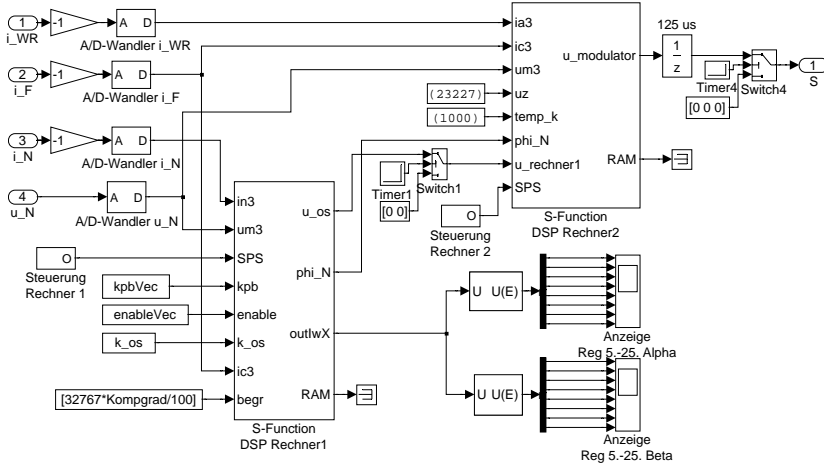
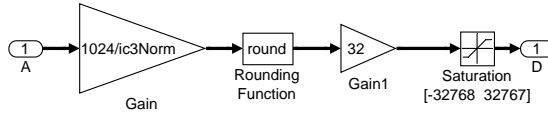


Abb. 5.7: Simulink-Modell der Regelung

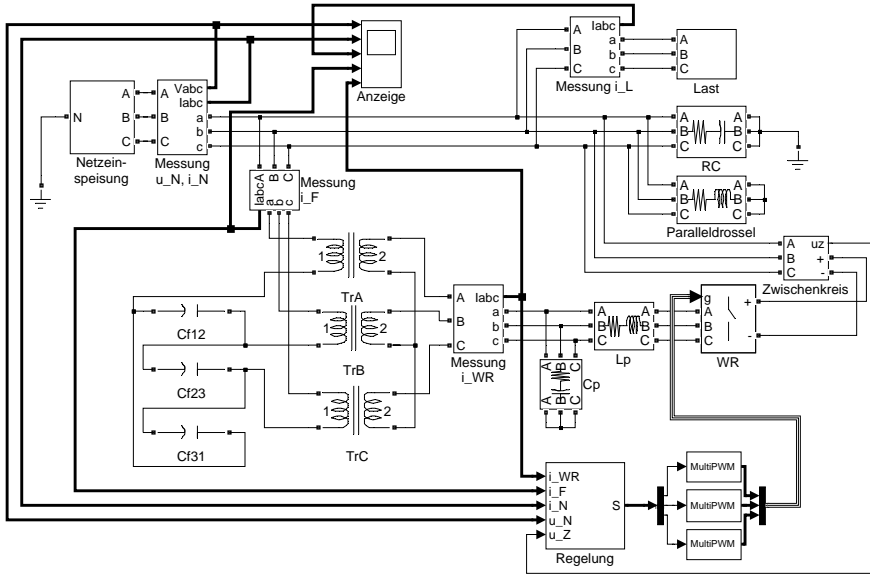
selt werden. Diese wirkt genau in der entgegengesetzten Richtung, d. h. ausgehend von Simulink-Regelungsstrukturen wird C-Code erzeugt und dieser wird mit Bibliotheken, die an den Zielprozessor (*Embedded Target*) angepasst sind, verbunden. Im vorliegenden Fall mussten aber die Regelungsfunktionen in Assembler geschrieben werden, da sonst die Leistung der verwendeten Prozessoren nicht ausgereicht hätte.

Entsprechend der realen Struktur kommen zwei verschiedene S-Funktionen zur Anwendung (Abbildung 5.7). Im Rechner 1 werden die PLL und die Oberschwingungsregelung, im Rechner 2 die Grundschantwungsregelung und die Sollwerte für den Modulator berechnet. Der Winkel der Netzspannung und die Summe der Eingänge der Oberschwingungssollwerte werden vom Rechner 1 zum Rechner 2 übertragen. Die Regelungsalgorithmen werden in der Realität innerhalb einer Pulsperiode durchgerechnet. Mit dem Verzögerungsglied am Ausgang des Rechners 2 wird diese Totzeit zwischen Messwerterfassung und Ausgabe eines neuen Modulatorsollwertes exakt nachgebildet. Die 10-Bit-Analog-Digital-Wandler werden mit einer einfachen Rundungsfunktion nachgebildet, außerdem erfolgt eine Normierung der Messwerte entsprechend den DSP-Größen (in Abbildung 5.8 als Beispiel für den Filterstrom  $i_F$ ).

Der Wechselrichter wird, so wie in Abbildung 5.4 dargestellt, als Spannungsmitelwertmodell nachgebildet. Zu diesem Zweck wird der Modulatorsollwert mit dem Wert der als konstant angenommene Zwischenkreisspannung multipliziert und über gesteuerte Spannungsquellen in das elektrische Netzwerk eingeprägt. Eine exaktere, aber zeitaufwendigere Variante zeigt Abbildung 5.9. Hier werden die IGBTs als ideale Schalter nachgebildet und durch eine Nachbildung der PWM-Einheit des DSP angesteuert. Somit können Effekte, die durch die Pulsweitenmodulation entstehen, simuliert werden. Im Rahmen dieser Arbeit stehen diese Effekte aber nicht im Vordergrund, sondern der Zweck dieser Modellvariante liegt in der Nachbildung des Zwischenkreises



**Abb. 5.8:** Simulink-Modell des A/D-Wandlers



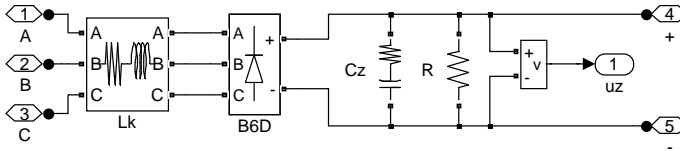
**Abb. 5.9:** Dreiphasiges Modell mit PWM und WR-Nachbildung als ideale Schalter

inklusive der Einspeisung über die Diodenbrücke (Abbildung 5.10). Bei dem Modell des IGBT-Wechselrichters mit idealen Schaltern erfolgt keine Berücksichtigung der Einschaltverzögerung zwischen den beiden Transistoren eines Brückenastes.

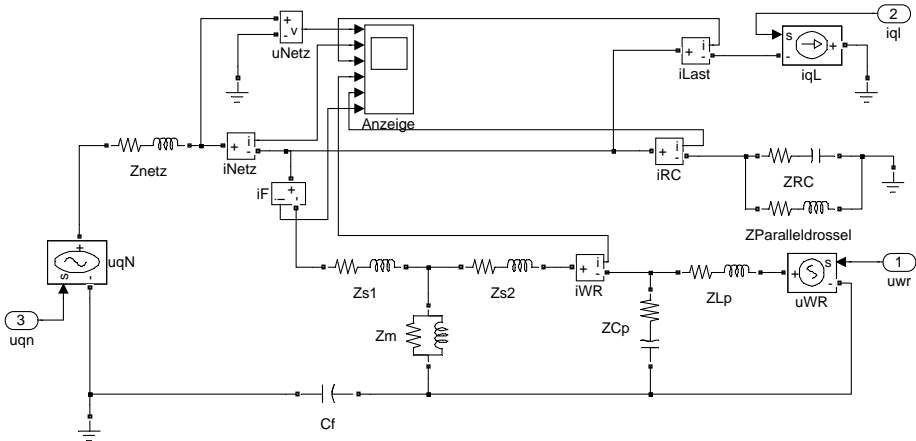
### 5.3.2 Einphasiges Modell

Abbildung 5.11 zeigt das Simulink-Modell des elektrischen Netzwerkes als einphasige Schaltung. Alle elektrischen Elemente werden als einfache Impedanzen realisiert. Im Unterschied zum dreiphasigen Modell wird der Einphasentransformator als T-Ersatzschaltbild ohne das reale Übersetzungsverhältnis nachgebildet. Deshalb müssen alle Größen der Wechselrichterseite mit dem Übersetzungsverhältnis auf die Netzseite umgerechnet werden.

Netzspannung und Wechselrichterspannung werden als gesteuerte Spannungsquellen eingepreßt, die Last wird als gesteuerte Stromquelle modelliert. Dieses Modell kann zur Simulation im Zeitbereich verwendet werden, indem die gesteuerten Quellen mit



**Abb. 5.10:** Simulink-Modell des Zwischenkreises mit Einspeisung über Diodenbrücke



**Abb. 5.11:** Einphasiges Simulink-Modell des elektrischen Netzwerkes (ohne Regelung)

entsprechenden Eingangssignalen versorgt werden. Dies wurde zum Vergleich mit dem dreiphasigen Modell auch gemacht.

Der eigentliche Zweck dieses Modells liegt aber darin, dass dafür eine Zustandsraumdarstellung ermittelt werden kann, da es sich um ein lineares System handelt (siehe Anhang B.3). Mit Hilfe dieses Zustandsraummodells der Regelstrecke kann in Verbindung mit dem Zustandsraummodell der Regelung eine Stabilitätsanalyse mittels numerischer Bestimmung der Polstellen des Systems erfolgen (Kapitel 7).



## 6 Messergebnisse

### 6.1 Messaufbau

Für eine praxisnahe Erprobung des Hybridfilters sind Messungen mit realen Stromrichterlasten unerlässlich. In Abbildung 6.1 ist ein Übersichtsschaltbild für die realisierte Versuchsanordnung dargestellt. Die elektrischen Größen werden im weiteren mit einem zusätzlichen tiefgestellten Index (1,2,3) zur Kennzeichnung des Leiters des Drehstromsystems versehen.

Es können zwei verschiedene Werte für die Netzinduktivität realisiert werden. Zur eigentlichen Netzinduktivität am Netzanschluss der Versuchsanlage ist noch eine zusätzliche Netzdrossel in Reihe geschaltet, die mit einem Schütz überbrückt werden kann.

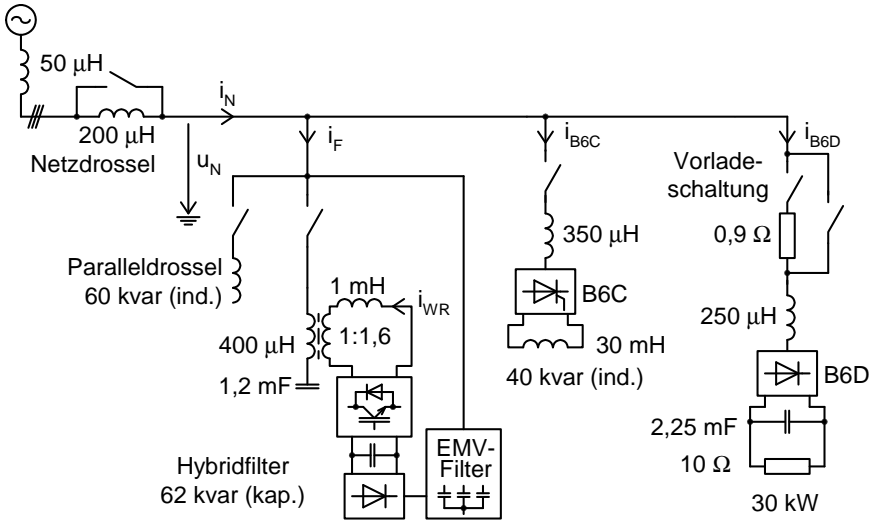
Der Hybridfilter entspricht dem in Kapitel 5 beschriebenen Aufbau. Es kann eine 60 kvar-Paralleldrossel zugeschaltet werden, die nahezu den gesamten Grundschwungsblindstrom des Hybridfilters kompensiert.

Es sind zwei verschiedene Stromrichterlasten vorhanden. Die 6-Puls-Thyristor-Brücke (B6C) verfügt über eine große Gleichstrominduktivität von 30 mH, so dass nur Blindstrom dem Netz entnommen wird. Mit einer Stromregelung wird ein konstanter Gleichstrom von etwa 80 A eingestellt. Daraus resultiert eine induktive Grundschwungsblindleistung von 40 kvar. Durch die große Gleichstrominduktivität entspricht diese Last sehr gut dem Oberschwingungsstromquellenmodell.

Die 6-Puls-Dioden-Brücke (B6D) verfügt über einen Glättungskondensator von 2.25 mF und wird mit einem Widerstand von 10  $\Omega$  belastet, um eine Wirkleistung von etwa 30 kW zu realisieren. An dieser Schaltung kann die in Abschnitt 3.4 beschriebene Beeinflussung des Laststromes durch die Oberschwingungskompensation gut demonstriert werden.

Bezüglich der Messung und Darstellung der Oberschwingungen sei auf folgende Zusammenhänge hingewiesen. Die bereits vorhandenen Oberschwingungen in der Netzspannung am Anschlusspunkt der Messanordnung betragen bis zu 2.5 % der Grundschwingung, sind unsymmetrisch und unterliegen zeitlichen Schwankungen. Der Grundschwingungseffektivwert der Leerlaufspannung liegt im Bereich von 222 bis 230 V. In Tabelle 6.1 sind die dominanten Oberschwingungen der Netzspannung (gemessen an einem Wochenende) aufgeführt. Bei der 5. und 11. Oberschwingung überwiegt das Gegensystem, bei der 7. das Mitsystem. Für die 3. und 13. Oberschwingung liegen stärker unsymmetrische Verhältnisse vor.

Die Messungen im Zeitbereich wurden mit einem 4-Kanal-Speicheroszillographen (LeCroy) mit 8-bit-AD-Wandlern durchgeführt. Die mit Fourieranalyse aus diesen Messungen ermittelten Spannungsoberschwingungen sind deshalb nicht sehr genau.



**Abb. 6.1:** Messaufbau mit Definition der elektrischen Größen

Die Leiter-Erde-Spannung des Leiter 1  $u_{N1}$  wird als Orientierung für die Momentanwerte der Netzspannung mit aufgezeichnet, wenn der 4. Kanal nicht für andere Messgrößen verwendet wurde.

Zur genaueren Messung der Netzspannung wird ein Leistungsmessgerät (PM300 von Voltech) verwendet, welches Angaben zu Betrag und Phasenlage der einzelnen Oberschwingungen in allen Phasen liefert. Da das Spektrum der Netzspannung zeitlichen Schwankungen unterliegt, ist beim Ablesen der Messwerte eine Mittelung erforderlich. Die Leerlaufspannung des Netzes kann natürlich nur zeitversetzt zu den Messungen mit Belastung erfolgen. Diese Ungenauigkeiten tragen zu den Abweichungen zwischen den Messergebnissen und den Simulationsergebnissen bei.

h	gemessene Leiter-Erde-Spannung [V]			Null-system	Mit-system	Gegen-system
	L1	L2	L3			
1	230.2 $\angle 0^\circ$	229.5 $\angle -120^\circ$	229.9 $\angle -240^\circ$	0.2 $\angle 35^\circ$	229.9 $\angle 0^\circ$	0.2 $\angle -35^\circ$
3	0.9 $\angle -330^\circ$	1.1 $\angle -55^\circ$	2.7 $\angle -240^\circ$	0.6 $\angle 88^\circ$	1.4 $\angle 20^\circ$	0.9 $\angle -130^\circ$
5	5.3 $\angle -190^\circ$	5.2 $\angle -61^\circ$	5.3 $\angle -306^\circ$	0.3 $\angle 58^\circ$	0.2 $\angle 126^\circ$	5.3 $\angle 174^\circ$
7	3.7 $\angle -320^\circ$	2.9 $\angle -90^\circ$	2.8 $\angle -195^\circ$	0.1 $\angle 57^\circ$	3.1 $\angle 38^\circ$	0.5 $\angle 47^\circ$
11	1.5 $\angle -76^\circ$	1.3 $\angle -270^\circ$	1.3 $\angle -147^\circ$	0.4 $\angle -130^\circ$	0.4 $\angle -136^\circ$	1.3 $\angle -46^\circ$
13	0.6 $\angle -356^\circ$	1.7 $\angle -60^\circ$	2.1 $\angle -246^\circ$	0.3 $\angle 39^\circ$	1.3 $\angle 20^\circ$	1.0 $\angle -145^\circ$

**Tabelle 6.1:** Typische Oberschwingungen der Leerlaufspannung am Netzanschluss der Versuchsanordnung



Die Messung der Ströme erfolgt mit 100-A und 500-A-Stromzangen, wobei die 500-A-Stromzangen stärker durch Einkopplung von Störsignalen durch den Pulswechselrichter betroffen sind. Deshalb wird eine Messung mit den 100-A-Stromzangen bevorzugt. Um eine Übersteuerung 100-A-Stromzangen bei der Messung des Filter- und Netzstromes zu vermeiden, wird der Hybridfilter mit Parallelschaltung der 60 kvar-Drossel betrieben, so dass der kapazitive Grundschrwingungsblindstrom des Hybridfilters kompensiert wird. Außerdem ergibt sich dadurch ein anschaulicheres Bild im Sinne der realen Anwendung. Da im Fall der B6D-Last mit 30 kW nur etwa ein Zehntel der Leistung, die durch den Filter kompensiert werden könnte, als Last zur Verfügung steht, wird auch weniger Blindleistung durch die Last bezogen. Durch die Kompensation der kapazitiven Blindleistung des Filters mit der Paralleldrossel wird erreicht, dass im Netz nur der Wirkstrom der Last fließt, wie es auch bei einer B6D-Last mit 300 kW bei Kompensation mit dem Hybridfilter der Fall wäre. In einigen Fällen ist ein Gleichanteil von bis zu 1 A im Stromsignal enthalten, der aus einer ungenügenden Offset-Korrektur der Stromzangen resultiert.

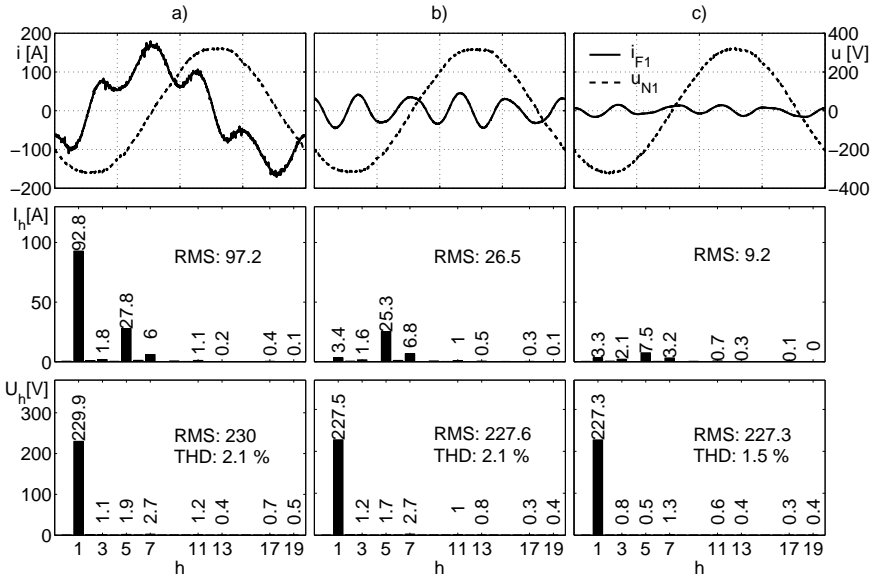
## 6.2 Passiver Filter und Leerlauf des Hybridfilters

Wenn der passive Teil des Hybridfilters eingeschaltet ist, fließen der kapazitive Grundschrwingungsstrom von etwa 95 A sowie Oberschrwingungsströme entsprechend den in der Netzspannung vorhandenen Oberschrwingungen. Der kapazitive Grundschrwingungsstrom bewirkt über der Netzinduktivität einen Spannungsabfall, welcher die Grundschrwingungskomponente der Netzspannung am Anschlusspunkt des Filters erhöht. Für die Netzinduktivität von  $50 \mu\text{H}$  ergibt sich rechnerisch eine Erhöhung um 1.5 V. Bei Vernachlässigung des ohmschen Anteils kann dieser Betrag arithmetisch zur Leerlaufspannung addiert werden. In Abbildung 6.2 ist ein Unterschied der Grundschrwingungsamplituden zwischen Variante a) (ohne Paralleldrossel) und Variante b) (Blindstrom wird durch Paralleldrossel kompensiert) von 2.4 V erkennbar.

Für die Oberschrwingungen zeigt der passive Teil das bekannte Saugkreisverhalten. Die Resonanzfrequenz von 230 Hz wird durch die Netzinduktivität verringert, die Auswirkungen auf den Filterstrom zeigt der Vergleich der Varianten b) und c). Ohne Netzdrossel fließen 25.3 A der 5. Oberschrwingung und 6.8 A der 7. Oberschrwingung, nach Verringerung der Resonanzfrequenz durch die Netzdrossel nur noch 7.5 A bzw. 3.2 A. Im Gegenzug wird der Strom der 3. Oberschrwingung etwas größer von 1.6 A auf 2.1 A.

Wenn der aktive Teil des Hybridfilters im Leerlauf zugeschaltet ist, d. h. es ist kein Laststrom vorhanden, werden die Oberschrwingungen im Filterstrom  $i_F$  ausgegeregelt. Durch die Regelung stellt sich ein solcher Wechselrichterstrom  $i_{WR}$  ein, dass über der Hauptinduktivität  $L_m$  eine Gegenspannung entsteht, die den Oberschrwingungen in der Netzspannung entgegenwirken. Die einzelnen Oberschrwingungen des Wechselrichterstromes können deshalb mit folgender Gleichung berechnet werden ( $h$  ist die Ordnungszahl der Oberschrwingung):

$$\frac{I_{WRh}}{U_{Nh}} = \frac{1}{h \cdot 2\pi \cdot 50 \text{ s}^{-1} L_m \ddot{u}} \quad (6.1)$$



**Abb. 6.2:** Strom des passiven Filters a) ohne Netz- und Paralleldrossel; b) ohne Netzdrossel, mit Paralleldrossel; c) mit Netz- und Paralleldrossel

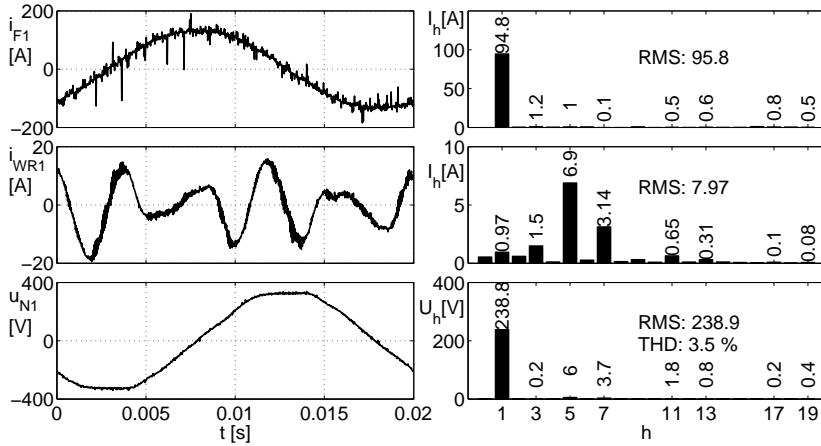
Für die 5. Oberschwingung ergibt sich ein Verhältnis von 1 A/V, für die 7. Oberschwingung von 0.7 A/V. Diese Werte stimmen gut mit den Messwerten in Abbildung 6.3 überein. Da der gesamte Blindstrom des Filters ins Netz fließt (Paralleldrossel abgeschaltet), ist die Grundschwingungsamplitude der Netzspannung um 11.5 V gegenüber der Variante mit Netz- und Paralleldrossel angehoben.

In der Darstellung der Wechselrichterströme aller drei Phasen in Abbildung 6.4 spiegelt sich die Unsymmetrie in den einzelnen Oberschwingungen der Netzspannung wider. Die dritte Oberschwingung wird nicht mit einem frequenzselektiven I-Regler geregelt, aber Mit- und Gegensystem werden durch die Proportionalverstärkung  $K_P$  beeinflusst.

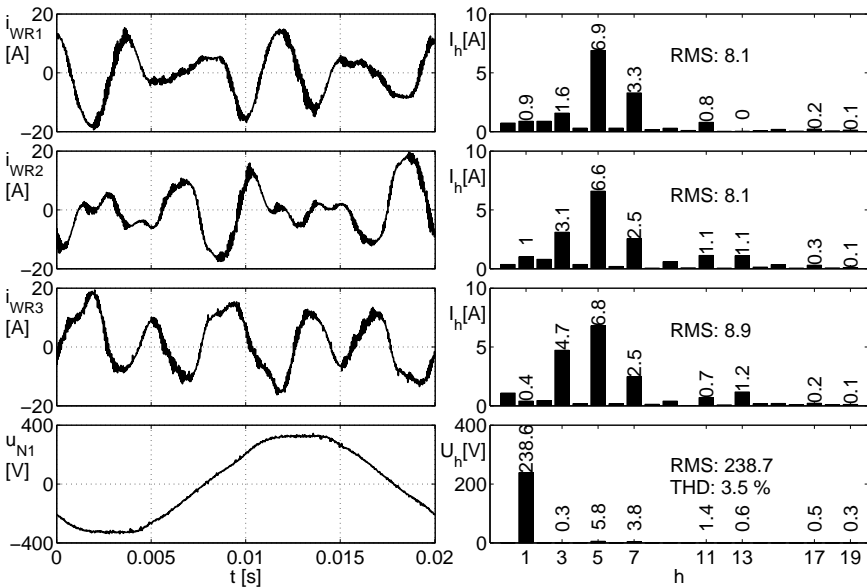
### 6.3 B6C-Last

Abbildung 6.5 zeigt den Strom der B6C-Last sowie die Netzspannung bei Belastung und im Leerlauf. Die Form des Netzstromes kommt der 120°-Rechteckform sehr nahe, somit entsprechen die Oberschwingungen des Stromes gut der idealen Formel für Stromoberschwingungen eines 6-Puls-Gleichrichters mit sehr großer Gleichstrominduktivität ( $x_d \rightarrow \infty$ ) und sehr kleiner Kommutierungsinduktivität ( $x_k \rightarrow 0$ ):

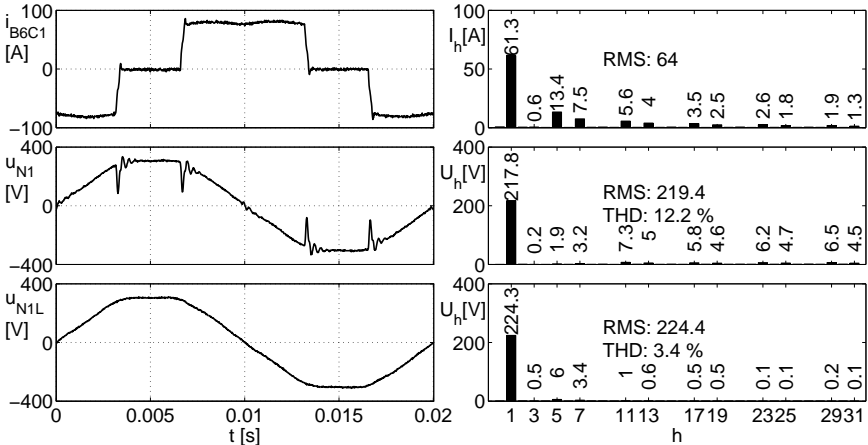
$$I_h = \frac{I_1}{h} \quad (6.2)$$



**Abb. 6.3:** Filterstrom, Wechselrichterstrom und Netzspannung bei Leerlauf des Hybridfilters mit Netzdrossel und ohne Paralleldrossel



**Abb. 6.4:** Wechselrichterströme bei Leerlauf des Hybridfilters mit Netzdrossel und ohne Paralleldrossel



**Abb. 6.5:** Laststrom, Netzspannung bei Betrieb B6C-Last und Leerlaufspannung (anschließend gemessen) mit Netzdrossel

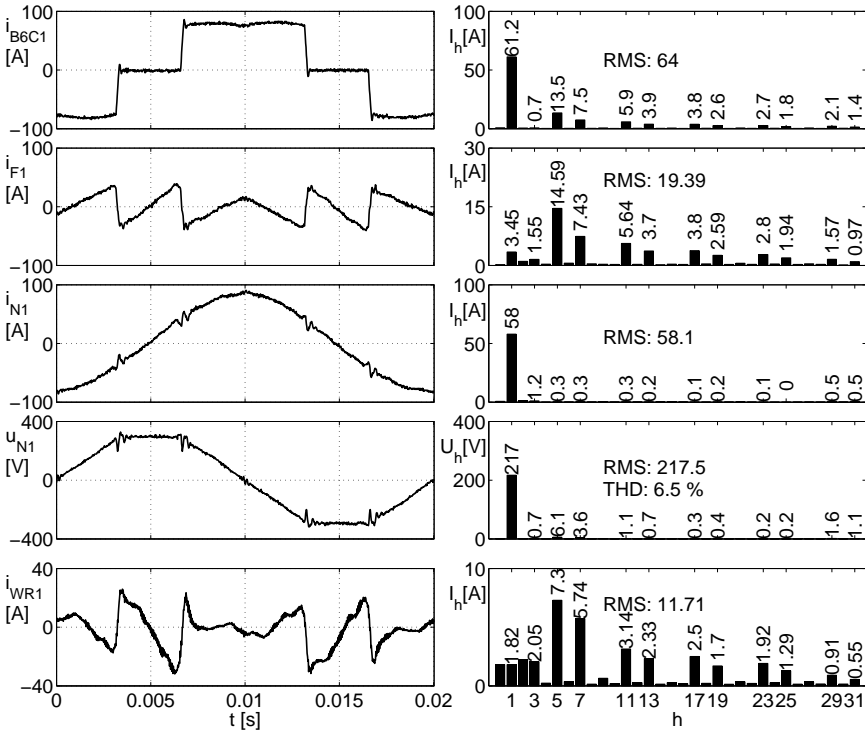
Durch die Kommutierungsvorgänge werden gedämpfte Schwingungen mit etwa 2.65 kHz angeregt. Der Schwingkreis wird aus Netzinduktivität und Y-Kondensatoren im EMV-Filter gebildet und durch die Sprünge in der Netzspannung während der Kommutierung angeregt.

Die 5. Oberschwingung der Netzspannung wird bei Betrieb der B6C-Last gegenüber dem Leerlaufzustand reduziert, die 7. Oberschwingung bleibt etwa gleich, alle anderen Oberschwingungen werden größer. Der Gesamtverzerrungsfaktor (THD) steigt von 3 % im Leerlauf auf 12 % bei Betrieb der B6C-Last.

Durch die Kompensation der B6C-Last mit dem Hybridfilter werden die Komponenten der charakteristischen Oberschwingungen von der 5. bis 25. aus dem Netzstrom eliminiert. Wie in Abbildung 6.6 auch zu sehen ist, werden die nicht durch einen frequenzselektiven Regler geregelten höheren Oberschwingungen ebenfalls reduziert. Da nur die Proportionalverstärkung  $K_P$  wirksam ist, ergibt sich eine bleibende Regelabweichung.

Der Wechselrichterstrom ist im Vergleich zum zu kompensierenden Strom relativ groß. Die 5. und 7. Oberschwingung im Wechselrichterstrom werden überwiegend durch die vorhandenen Netzspannungsoberschwingungen bestimmt, so dass das besonders günstige Verhältnis von Wechselrichterstrom zu Filterstrom für die 5. und 7. Oberschwingung bei diesem kleinen Laststrom nicht deutlich wird. Dies zeigt sich nur indirekt daran, dass die Amplitude der 5. Oberschwingung im Wechselrichterstrom zur Kompensation der B6C-Last nur um 0.4 A und die Amplitude der 7. Oberschwingung um 2.4 A gegenüber dem Leerlaufzustand des Hybridfilters zugenommen haben.

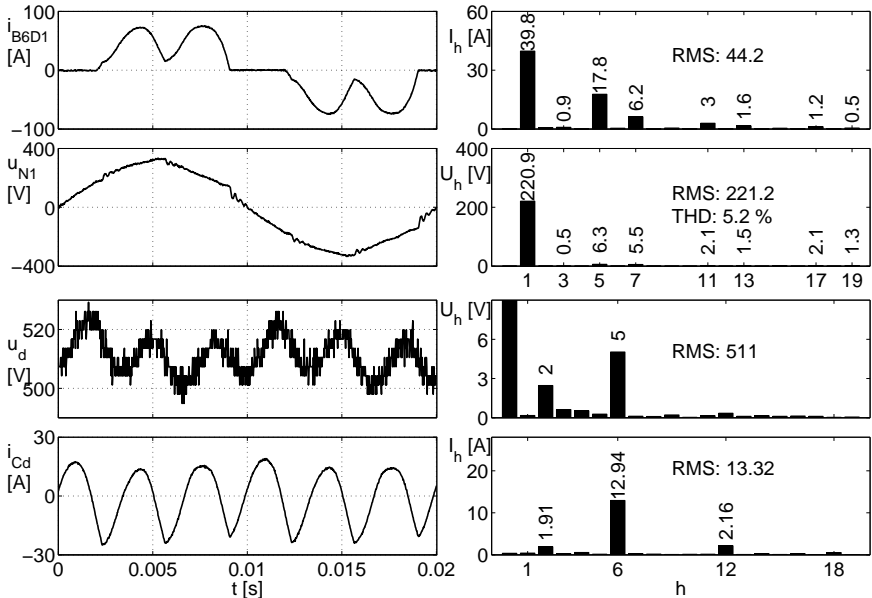
Der THD wird durch die Kompensation auf etwa 6 % halbiert, ist damit allerdings noch doppelt so groß wie beim Leerlauf. Für die geregelten Oberschwingungen stellen



**Abb. 6.6:** Laststrom, Filterstrom, Netzstrom, Netzspannung und Wechselrichterstrom für die B6C-Last mit Kompensation durch Hybridfilter (mit Netz- und Paralleldrossel)

sich bei Kompensation die gleichen Amplituden in der Netzspannung ein wie im Leerlauf. Die Oberschwingungen oberhalb der 25. werden gegenüber dem unkompensierten Fall reduziert, aufgrund der bleibenden Regelabweichungen allerdings nicht bis auf den Leerlaufpegel und führen so zur Erhöhung des THD. Aus Sicht der Spannungsverzerrung wäre eine vollständige Kompensation der 5. Oberschwingung des Laststromes unter diesen Bedingungen nicht sinnvoll, da im unkompensierten Fall die Amplitude der 5. Oberschwingung um 4 V kleiner als im Leerlauf bzw. im kompensierten Fall ist.

Durch die große Gleichstrominduktivität entspricht die B6C-Last sehr gut dem Oberschwingungsstromquellenmodell. Daraus folgt, dass die Kompensation der Oberschwingungen keinen Einfluss auf das Laststromspektrum haben sollte. Dies wird durch einen Vergleich der Laststromspektren aus Abbildung 6.5 (ohne Kompensation) und Abbildung 6.6 (mit Kompensation) bestätigt.



**Abb. 6.7:** Laststrom, Netzspannung, Gleichspannung und Kondensatorstrom der B6D-Last (mit Netzdrossel)

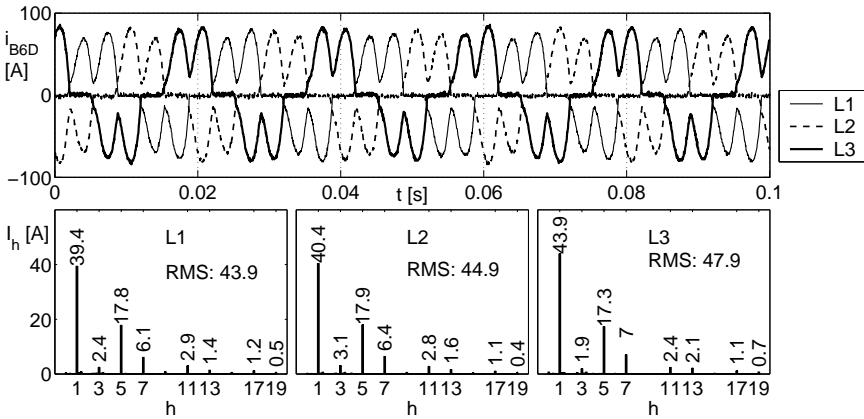
## 6.4 B6D-Last

Für eine B6D-Last wirken sich die vorhandenen Spannungsverzerrungen in einer besonderen Weise aus. Wie in Abbildung 6.7 dargestellt ist, bildet sich eine 100-Hz-Schwingung (2. Oberschwingung in Gleichspannung und Kondensatorstrom) auf der Gleichspannungsseite aus. Ursache dafür ist die Unsymmetrie in der Netzspannung (hauptsächlich die 3. Oberschwingung). Dies führt zu einem Laststrom im Leiter 3, der um 10 % höher als in den beiden anderen Leitern ist (siehe Abbildung 6.8).

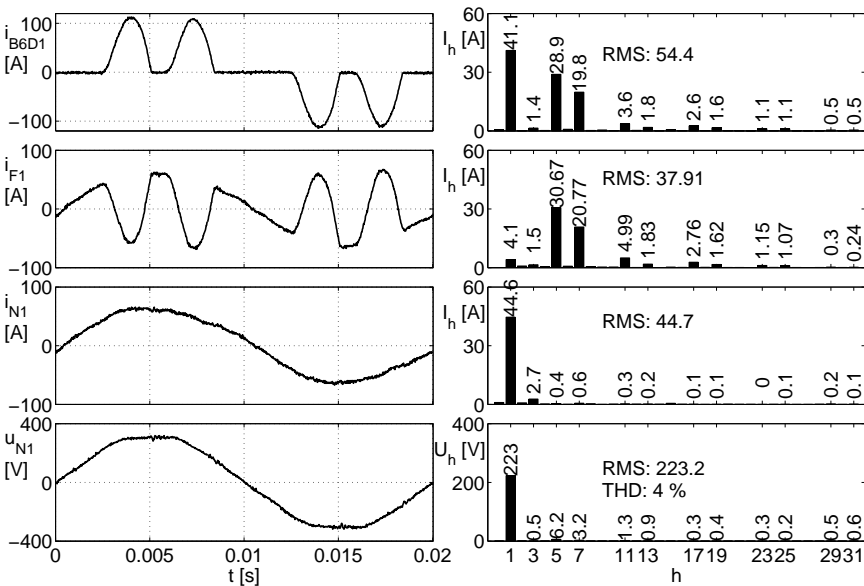
Der Vergleich der Oberschwingungen im Laststrom mit Kompensation aus Abbildung 6.9 mit den Werten ohne Kompensation aus Abbildung 6.7 bestätigt den im Abschnitt 3.4 beschriebenen Effekt, dass durch die Oberschwingungskompensation die Oberschwingungen im Laststrom ansteigen. Im vorliegenden Beispiel wird der Gesamteffektivwert um 20 % größer, bei nur geringer Erhöhung der Grundschwingung.

Für eine Bezugsleistung von 30 kVA ergeben sich für die Parameter der Versuchsanlage ein bezogene Netzinduktivität  $x_n$  und eine bezogene Kommutierungsinduktivität  $x_k$  von jeweils 1.5 % und eine bezogene Gleichspannungskapazität  $y_d$  von etwa 400 %. Damit ist das vorliegende Beispiel in Abbildung 3.10 ungefähr zwischen Bild c) und f) anzusiedeln.

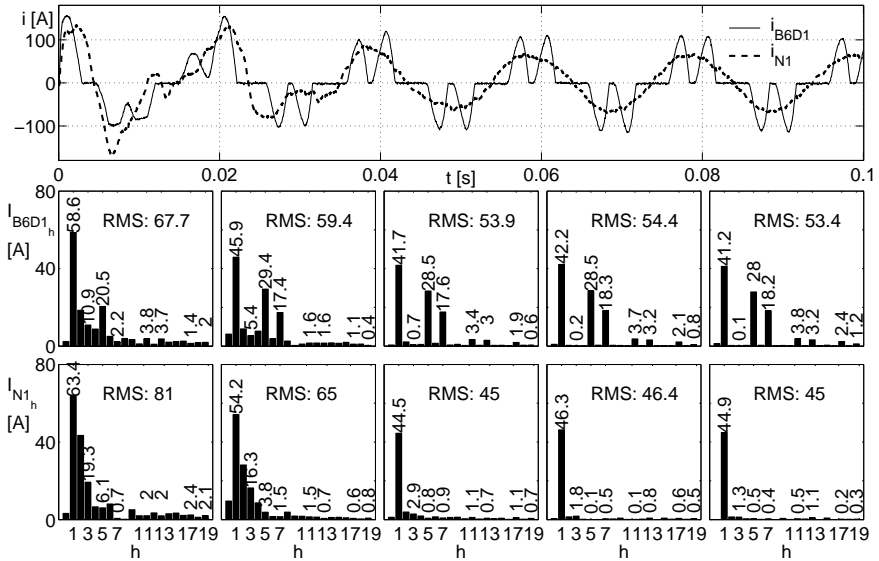
Abbildung 6.10 zeigt einen Einschaltvorgang mit der B6D-Last. Es finden zwei



**Abb. 6.8:** Strom der B6D-Last (5 Netzperioden, mit Netzdrossel)



**Abb. 6.9:** Laststrom, Filterstrom, Netzstrom und Netzspannung der B6D-Last mit Kompensation durch Hybridfilter (mit Netzdrossel)



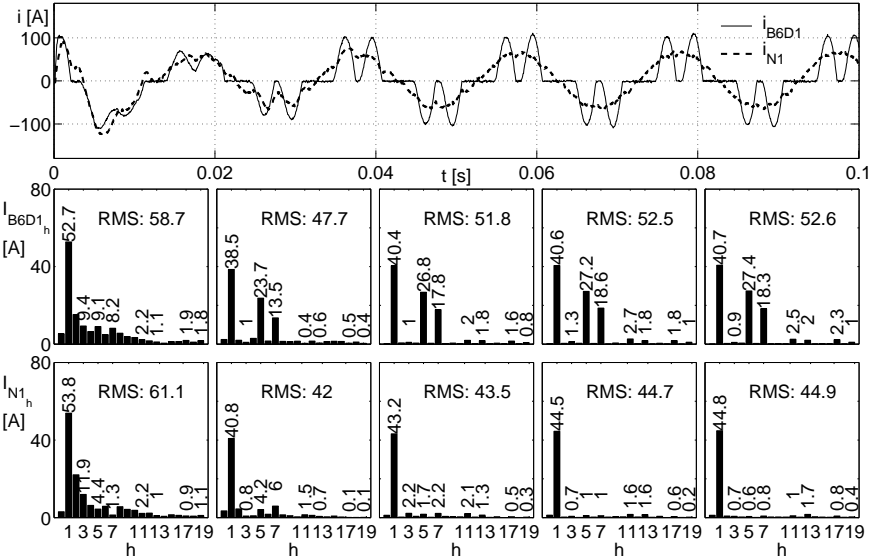
**Abb. 6.10:** Laststrom und Netzstrom beim Einschalten der B6D-Last mit Kompensation durch den Hybridfilter (schnelle Regelung der 5. und 7. Oberschwingung - 4 ms Reglerzeitkonstante)

Schaltvorgänge im Abstand von etwa 20 ms statt. Zum Zeitpunkt 0 s schließt das Schütz der Vorladewiderstände, zum Zeitpunkt 0.02 s werden die Vorladewiderstände durch das zweite Schütz überbrückt. Die Amplitudenspektren unterhalb des Zeitverlaufes zeigen jeweils das Spektrum für das genau darüber befindliche 1-Perioden-Zeitfenster.

Die großen Laststromimpulse direkt nach den Schaltvorgängen regen auch im Hybridfilter Ausgleichsvorgänge an. Der Netzstrom zeigt in der ersten Periode ein gewisses Überspringen der Kompensation. Bei diesem Vorgang wurden für die Regler der 5. und 7. Oberschwingung ein  $K_I$ -Wert von 1000, das entspricht einer Zeitkonstante von etwa 4 ms, eingestellt. Die Kompensation der 5. und 7. Oberschwingung wirkt sehr schnell, so dass diese Oberschwingungen in der 3. Netzperiode schon vollständig eliminiert sind.

Ein ähnlicher Vorgang mit einem  $K_I$ -Wert von 300 (Zeitkonstante 14 ms) für die 5. und 7. Oberschwingung bei sonst gleichen Reglereinstellungen ist in Abbildung 6.11 dargestellt. Die etwas langsamere Reaktion der Oberschwingungsregelung ist in den Spektren des Netzstromes noch erkennbar, aber sie wird deutlicher, wenn die Zeitverläufe der Reglerausgänge betrachtet werden, wofür auf den nächsten Abschnitt verwiesen wird.





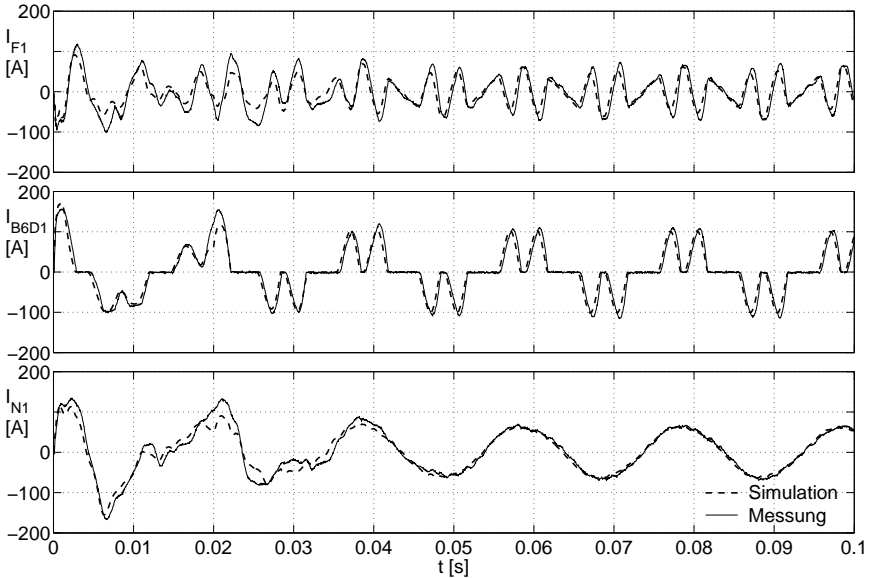
**Abb. 6.11:** Laststrom und Netzstrom beim Einschalten der B6D-Last mit Kompensation durch den Hybridfilter (langsame Regelung der 5. und 7. Oberschwingung - 14 ms Reglerzeitkonstante)

### 6.4.1 Simulationsergebnisse für Einschaltvorgang

Anhand des Einschaltvorganges der B6D-Last mit gleichzeitiger Kompensation durch den Hybridfilter soll die Funktionsfähigkeit des dreiphasigen Modells demonstriert werden. Für die Simulationen in diesem Abschnitt wurde das dreiphasige Modell mit idealen Schaltern und Nachbildung des Zwischenkreises aus Abbildung 5.9 angewendet.

Für den Einschaltvorgang mit schneller Reglereinstellung entsprechend Abbildung 6.10 ist der Vergleich der Messwerte mit den Simulationen für Filterstrom, Laststrom und Netzstrom in Abbildung 6.12 dargestellt. Es zeigt sich eine gute Übereinstimmung der Kurven. Nur der zweite Schaltvorgang (bei  $t = 0.02$  s) ist in der Simulation etwas verspätet, so dass in diesem Bereich größere Abweichungen auftreten.

In Abbildung 6.13 sind die Zeitverläufe der Ausgänge der frequenzselektiven Regler als Messwert und Simulationsergebnis überlagert dargestellt. Aufgrund des begrenzten RAM-Speichers im DSP konnten nur 512 Punkte pro Kurve aufgezeichnet werden. Es wurde ein solcher Messzeitraum gewählt, dass der Einschwingvorgang des jeweiligen Reglerausgangs gut erkennbar ist (für die 5. bis 11. Oberschwingung 120 ms, für die 13. bis 25. Oberschwingung 1.2 s). Bei langem Messzeitraum und großer Modulationsfrequenz des Reglers kann das Abtasttheorem für die Messwerte nicht eingehalten werden. Es wird deshalb nicht der Momentanwertverlauf der Reglerausgänge sondern



**Abb. 6.12:** Vergleich der Messwerte und Simulationsergebnisse für Filterstrom, Laststrom und Netzstrom mit schneller Regelung

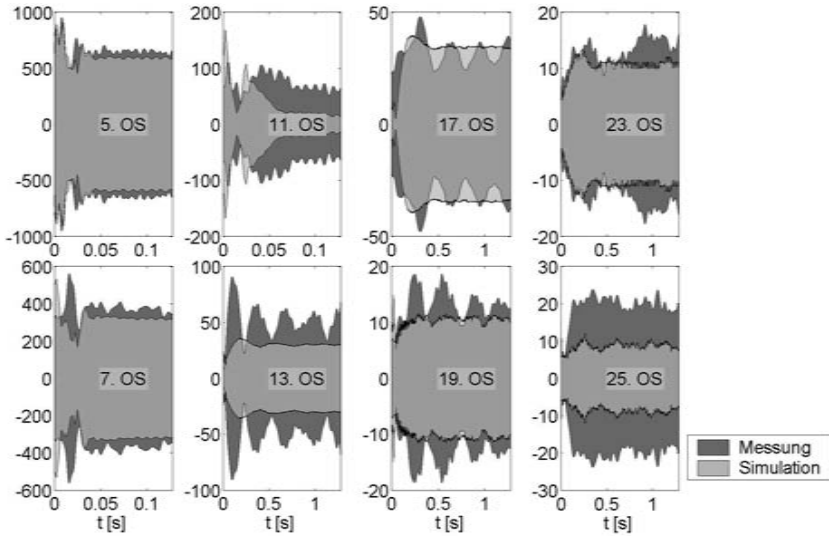
nur dessen Hüllkurve für den Vergleich herangezogen.

Grundsätzlich ist die Übereinstimmung zwischen Messung und Simulation gut, wenn man bedenkt, dass eine große Zahl der Modellparameter nur grob gemessen bzw. abgeschätzt werden konnten. Die vorhandenen Abweichungen sind für die verschiedenen Oberschwingungen unterschiedlich zu bewerten.

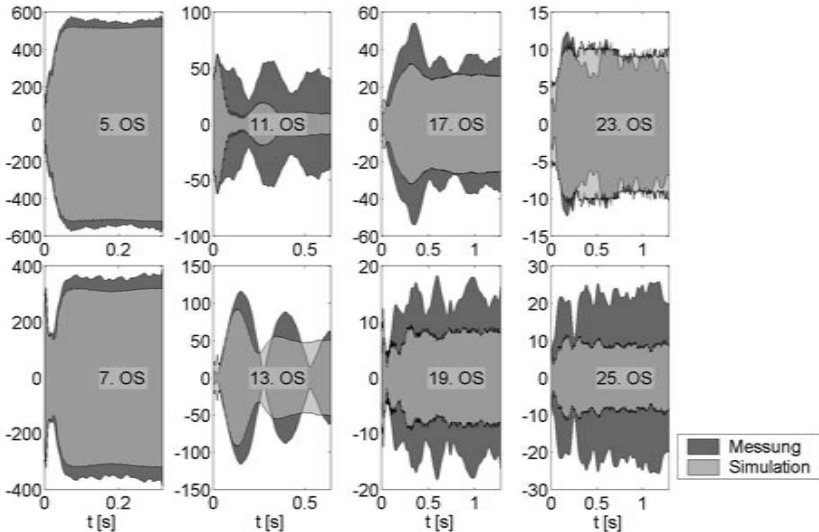
Für die hohen Oberschwingungen (19. bis 25.) stellt das Signal mit Aussteuerungen bis 20 hauptsächlich den Rauschpegel dar, da hier die Amplituden im Laststrom an der Grenze der Auflösung der digitalen Regelung liegen und keine nennenswerten Amplituden in der Netzspannung vorhanden sind.

Auch für die mittleren Oberschwingungen sind nur kleine Amplituden im Laststrom vorhanden, deshalb ist hier der Einfluss der vorhandenen Spannungsüberschwingungen relativ groß. Die Spannungsüberschwingungen werden nur bis zur 13. Oberschwingung im Modell berücksichtigt, aber gerade die 11. und 13. Oberschwingung unterliegen schnellen Amplituden- und Phasenänderungen, so dass die bei den Messungen vorliegende Spannungsverzerrung nicht exakt bestimmt und im Modell nachgebildet werden konnte. Dies zeigt sich insbesondere am stationären Endwert der 11. Oberschwingung, der viel kleiner als der gemessene Wert ist.

Das Einschwingverhalten der Oberschwingungen, die relativ dicht an der Nullstelle des Stabilitätsbereiches liegen, sind besonders sensibel für die exakte Berücksichtigung der Hardwareparameter und somit führt die unvermeidbare Toleranz bei der Bestim-



**Abb. 6.13:** Vergleich der gemessenen und simulierten Reglerausgänge beim Einschalten der B6D-Last mit Kompensation durch den Hybridfilter mit schneller Regelung



**Abb. 6.14:** Vergleich der gemessenen und simulierten Reglerausgänge beim Einschalten der B6D-Last mit Kompensation durch den Hybridfilter mit langsamer Regelung

mung dieser Parameter zu größeren Abweichungen in diesem Bereich. Im vorliegenden Fall betrifft dies insbesondere die 13. und 17. Oberschwingung, wo erkennbar eine zu große Dämpfung im Modell wirksam ist.

Diese Überlegungen bestätigen sich auch bei der Betrachtung der Reglerausgänge für den Einschaltvorgang mit der langsamen Reglereinstellung, deren gemessene Stromverläufe in Abbildung 6.11 dargestellt waren. Die zugehörigen Mess- und Simulationswerte der Reglerausgänge sind in Abbildung 6.14 dargestellt. Man beachte den geänderten Zeitmaßstab im Vergleich zu Abbildung 6.13. Zum Beispiel ist die Periodendauer der Hüllkurve der 13. Oberschwingung in beiden Abbildungen gleich, denn in beiden Fällen wurde ein  $K_I$ -Wert von 100 eingestellt (es unterscheiden sich nur die  $K_I$ -Werte der 5. und 7. Oberschwingung).

Die Übereinstimmung zwischen Messung und Simulation in den ersten beiden Netzperioden ist bei langsamer Regelung viel besser als bei schneller Regelung. Insbesondere die 7. Oberschwingung bei schneller Regelung hat im diesem Bereich mit großen Ausgleichsvorgängen im Laststrom größere Abweichungen zwischen Messung und Simulation. Es ist festzustellen, dass sich die nicht exakte Nachbildung der transienten Vorgänge der Last bei einer schnellen Reglereinstellung stärker auf die Simulationsgenauigkeit auswirkt als bei einer langsameren Reglereinstellung.

Die Reglerausgänge der 5. und 7. Oberschwingung mit langsamer Regelung zeigen im Vergleich zur schnellen Regelung kein Überspringen mehr. Welche Reglereinstellungen in der Praxis gewählt werden sollte, muss vom Anwender entschieden werden. In Fällen mit kritischen Ausgleichsvorgängen oder getaktetem Betrieb der Last, bei dem die Ausgleichsvorgänge den Flicker erhöhen könnten, kann durch die Simulation eine Optimierung vorgenommen werden. Die möglichst exakte Nachbildung von Netz und Last für die Simulation im Zeitbereich bedeutet natürlich einen hohen Aufwand. Hier ist der Ansatzpunkt für adaptive Regelverfahren, die eine solche Optimierung automatisch vornehmen.

## 6.5 Ermittlung des dynamischen Verhaltens mit Testsignal

Zur Validierung des Simulationsmodells ist es vorteilhaft, das Gesamtsystem aus Netz, Last und Hybridfilter auf möglichst wenige Bestandteile zu reduzieren, da somit die Anzahl der Modellparameter und damit der Fehlerquellen verringert wird. Deshalb soll im weiteren nur das Zusammenwirken von Netz und Hybridfilter betrachtet werden, ohne dass eine zu kompensierende Last angeschlossen ist.

Das stationäre Verhalten des Hybridfilter im Leerlauf wurde im Abschnitt 6.2 bereits dargestellt. Zur Bewertung des dynamischen Verhaltens ist eine definierte Anregung notwendig, die in Form des Stromtestsignals, welches bei der Beschreibung der Oberschwingungsregelung bereits vorgestellt wurde (siehe Abbildung 5.3), sehr einfach zu realisieren ist.

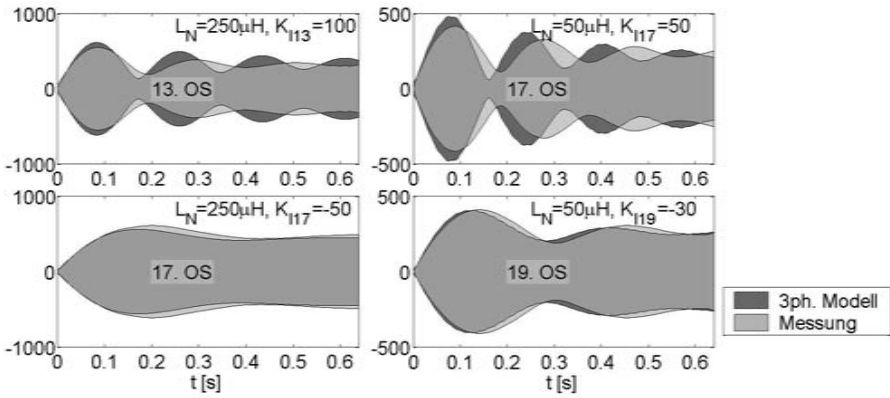
Wie schon erwähnt, ist der kritische Frequenzbereich für die Genauigkeit des Simulationsmodells die Umgebung der Nullstelle des Stabilitätsbereiches. Deshalb werden im weiteren Versuche mit einem 10 A-Stromtestsignal für die Oberschwingungen dargestellt, die sich direkt ober- und unterhalb dieser Stelle befinden. Die Netzbedingungen

werden durch Zu- oder Abschalten der Netzdrossel verändert. Bei gleichbleibendem  $K_P$ -Wert (15000) verschiebt sich also die Nullstelle im Stabilitätsbereich. Für die Variante ohne Netzdrossel liegt sie zwischen der 17. und 19. Oberschwingung, für die Variante mit Netzdrossel zwischen der 13. und 17. Oberschwingung.

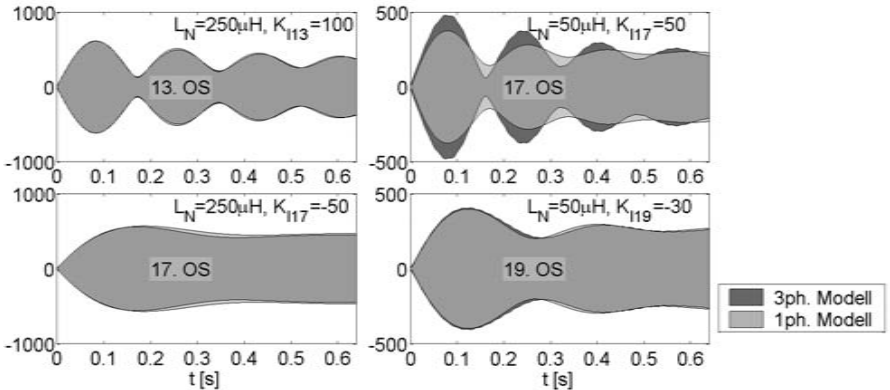
In Abbildung 6.15 sind die Mess- und Simulationswerte der Reglerausgänge für die vier Versuche dargestellt. Es ist eine gute Übereinstimmung festzustellen. Allerdings ist in allen Verläufen die Periodendauer des Einschwingvorganges in der Simulation etwas kleiner als in der Messung und die Dämpfung etwas größer. Die Simulationen wurden wie im vorhergehenden Abschnitt mit dem dreiphasigen Modell mit idealen Schaltern und Nachbildung des Zwischenkreises durchgeführt.

Anhand der Versuche mit dem Stromtestsignal kann auch das einphasige Modell (siehe Abbildung 5.11) evaluiert werden. Unsymmetrien der Netzspannung, Pulsweitenmodulation und Schwankungen der Gleichspannung im Wechselrichter werden bei diesem Modell vernachlässigt. Die Ergebnisse sind identisch mit Simulationsergebnissen für Leiter 1 des dreiphasigen Modells mit Spannungsmittelwertmodell des Wechselrichters nach Abbildung 5.4, deshalb wird auf eine explizite Darstellung für dieses vereinfachte dreiphasige Modell verzichtet.

In Abbildung 6.16 ist ein Vergleich zwischen dreiphasigem und einphasigem Modell für die vier Versuche dargestellt. Mit Ausnahme des Versuchs für 17. OS ohne Netzdrossel ( $L_N = 50 \mu\text{H}$ ) stimmen die Zeitverläufe der Reglerausgänge gut überein. Die Abweichungen in dem Ausnahmefall sind hauptsächlich auf die konstante Gleichspannung im einphasigen Modell zurückzuführen. Die Abweichungen sind im allgemeinen geringer als die Unterschiede, die durch die Ungenauigkeiten der Modellparameter verursacht werden. Auf Basis des einphasigen Modells können also durchaus belastbare Aussagen zum Verhalten des Systems aus Hybridfilter und Netz gemacht werden, wie sie im folgenden Kapitel beschrieben sind.



**Abb. 6.15:** Vergleich der simulierten und gemessenen Werte der Reglerausgänge mit 10 A-Stromtestsignal für verschiedene Oberschwingungen, mit und ohne Netzdrossel



**Abb. 6.16:** Vergleich der Reglerausgänge für Simulation mit drei- und einphasigem Modell mit 10 A-Stromtestsignal für verschiedene Oberschwingungen, mit und ohne Netzdrossel

# 7 Beurteilung des Gesamtsystems anhand der Polstellen

Für das Gesamtsystem aus Hybridfilter und Netz liegt ein linearisiertes Modell in Form des einphasigen Modells vor. Aussagen zur Stabilität und Dynamik können nun, so wie am einfachen Regelkreis mit PT<sub>2</sub>-Strecke demonstriert, aus der Lage der Polstellen der Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises abgeleitet werden. Wegen der Komplexität des Systems können keine analytischen Zusammenhänge ermittelt werden, sondern es werden die Polstellen numerisch aus der Systemmatrix für einen Parametersatz ermittelt. Durch die Variation eines oder mehrerer Parameter können die gewünschten Zusammenhänge ermittelt und grafisch, z. B. als Ortskurven in der z-Ebene oder Stabilitätsbereich, dargestellt werden. Die Ermittlung der Systemmatrix und Berechnung der Polstellen mit MATLAB ist in Anhang B.3 beschrieben.

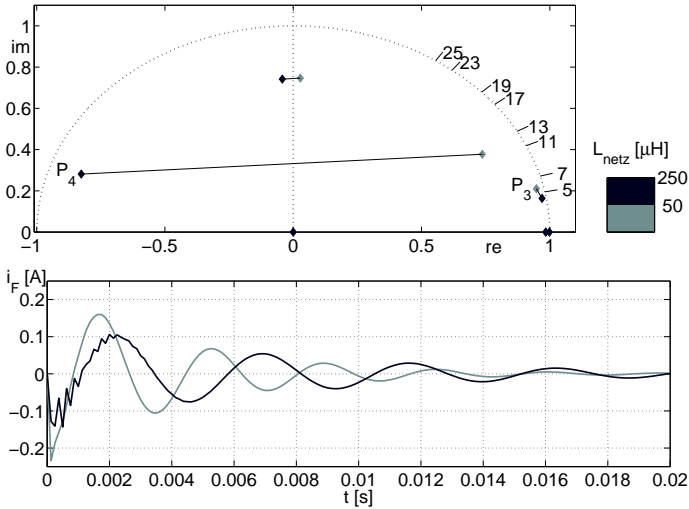
## 7.1 Polstellen der Regelstrecke

Zunächst soll die Polstellenkonfiguration für die Regelstrecke, d. h. das einphasige elektrische Netzwerk aus Abbildung 5.11, betrachtet werden. Eingangsgröße ist die Wechselrichterspannung  $u_{WR}$ , Ausgangsgröße der Filterstrom  $i_F$ . Für die beiden Varianten der Netzinduktivität aus Abschnitt 6.5 sind die berechneten Polstellen sortiert nach dem Betrag in Tabelle 7.1 aufgeführt. Die Berechnung erfolgte mit den in Anhang A angegebenen Modellparametern. Es ergeben sich drei konjugiert komplexe Polpaare und drei reelle Polstellen.

Die Lage der Polstellen in der z-Ebene ist im oberen Teil der Abbildung 7.1 dargestellt. Die Varianten sind durch unterschiedliche Graustufen der Markierungen der Polstellen gekennzeichnet. Die äquivalenten Pole der Varianten sind miteinander verbunden, so dass Ortskurven entstehen. Auf dem Einheitskreis ist die Lage der charakteristischen Oberschwingungen entsprechend der Abtastfrequenz von 8 kHz (d. h. der

	Strecke mit $L_N = 50 \mu\text{H}$	Strecke mit $L_N = 250 \mu\text{H}$
P <sub>1</sub>	0.998456	0.998493
P <sub>2</sub>	0.984456	0.984456
P <sub>3</sub>	$0.947697 \pm j \ 0.209914$	$0.969697 \pm j \ 0.163248$
P <sub>4</sub>	$0.736972 \pm j \ 0.377257$	$-0.826186 \pm j \ 0.281313$
P <sub>5</sub>	$0.027604 \pm j \ 0.746721$	$-0.042790 \pm j \ 0.741717$
P <sub>6</sub>	0	0

**Tabelle 7.1:** Polstellen der Regelstrecke



**Abb. 7.1:** Polstellen und Impulsantwort der Regelstrecke

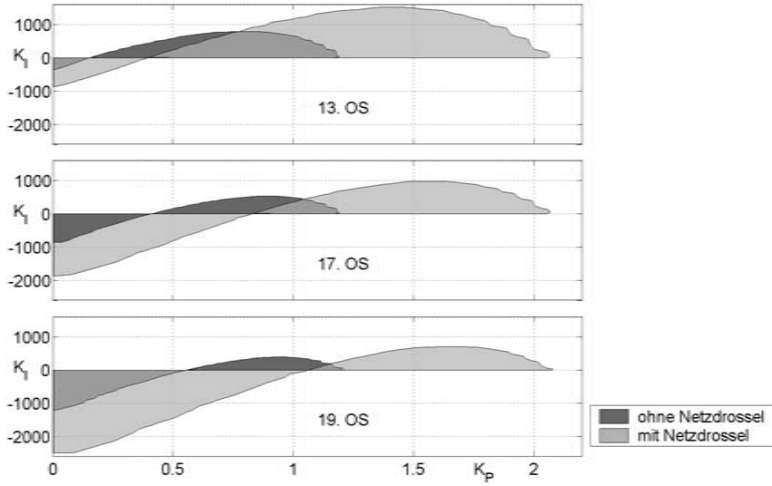
Punkt -1 entspricht 4 kHz) markiert. Im unteren Teil der Abbildung ist die Impulsantwort der beiden Varianten über eine Netzperiode dargestellt.

Das dominierende Polpaar der Regelstrecke ist  $P_3$  in der Nähe der 5. Oberschwingung, da es sich am dichtesten am Einheitskreis befindet. Die Impulsantwort wird folglich durch eine abklingende Schwingung mit ca. 5 Perioden innerhalb einer Netzperiode bestimmt. Für die Variante ohne Netzdrossel ergibt sich eine etwas über 250 Hz liegende Schwingung, für die Variante mit Netzdrossel eine unterhalb von 250 Hz liegende Schwingung, so wie es auch aus der Lage der  $P_3$ -Pole bezüglich der 5. Oberschwingung auf dem Einheitskreis abgelesen werden kann. Entsprechend dem Abstand der Pole vom Einheitskreis in radialer Richtung ist die Dämpfung der Schwingung für die Variante ohne Netzdrossel größer als für die Variante mit Netzdrossel.

Durch die Veränderung der Netzinduktivität wird die Lage des Polpaares  $P_4$  stark beeinflusst. In der Impulsantwort der Variante ohne Netzdrossel ist der zugehörige Ausgleichsvorgang mit einer Frequenz in der Nähe der 13. Oberschwingung aufgrund der starken Dämpfung kaum erkennbar. Für die Variante mit Netzdrossel befindet sich diese Polstelle im 2. Quadranten und näher am Einheitskreis. Daraus folgt die deutlich in der Impulsantwort erkennbare, hochfrequente Schwingung (ca. 3.5 kHz), die erst nach 3 ms abgeklungen ist. Aus der Lage im 2. Quadranten ergibt sich, dass nur noch ein Abtastwert pro Halbperiode dieser Schwingung vorliegt.

Die Regelstrecke wird durch das dominierende Polpaar relativ gut charakterisiert. Daraus folgt, dass für das Gesamtsystem ein ähnliches Stabilitätsverhalten zu erwarten ist, wie es für den einfachen zeitdiskreten Regelkreis mit  $PT_2$ -Strecke in Abschnitt 4.4 beschrieben wurde.





**Abb. 7.2:**  $K_P$ - $K_I$ -Stabilitätsbereiche für Gesamtsystem ohne bzw. mit Netzdrossel

## 7.2 Einfluss der Netzinduktivität auf Stabilität und Dynamik

Um die Auswirkungen der Änderung der Netzinduktivität auf die Stabilität zu quantifizieren wurde für die kritischen, mittleren Oberschwingungen der  $K_P$ - $K_I$ -Stabilitätsbereich berechnet (Abbildung 7.2). Zur besseren Vergleichbarkeit mit den Ergebnissen des einfachen zeitdiskreten Regelkreises erfolgt die Skalierung in realen Werten. In Anhang A sind sowohl die realen Werte als auch die DSP-gerechten **integer**-Werte angegeben, für die folgende Beziehungen gelten:

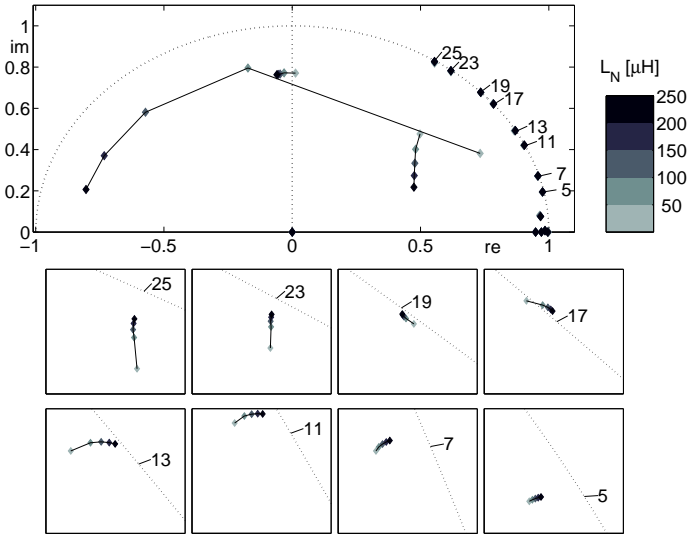
$$K_I = \frac{K_{I(DSP)}}{32768 T} \quad (7.1)$$

$$K_P = \frac{K_{P(DSP)}}{32768} \quad (7.2)$$

Die Form der Stabilitätsbereiche gleicht den Ergebnissen für den einfachen zeitdiskreten Regelkreis mit  $PT_2$ -Strecke (in Abbildung 4.12) sehr gut. (Die teilweise stufige Begrenzung des Stabilitätsbereiches ist eine Folge der Rasterung der  $K_P$ - und  $K_I$ -Werte.) Die Nullstelle des Stabilitätsbereiches verschiebt sich mit zunehmender Modulationsfrequenz zu größeren  $K_P$ -Werten. Für die Parallelschaltung der Oberschwingungsregler darf der gemeinsame  $K_P$ -Wert nicht in den Umgebungen der Nullstellen der Stabilitätsbereiche liegen.

Eine Darstellung der Ortskurven der Polstellen, bei der die Netzinduktivität in einem relativ großen Bereich variiert wurde, zeigt Abbildung 7.3. Der ohmsche Anteil der Netzimpedanz  $R_N$  wurde entsprechend einem konstanten R/X-Verhältnis von 3.2

## 7 Beurteilung des Gesamtsystems anhand der Polstellen



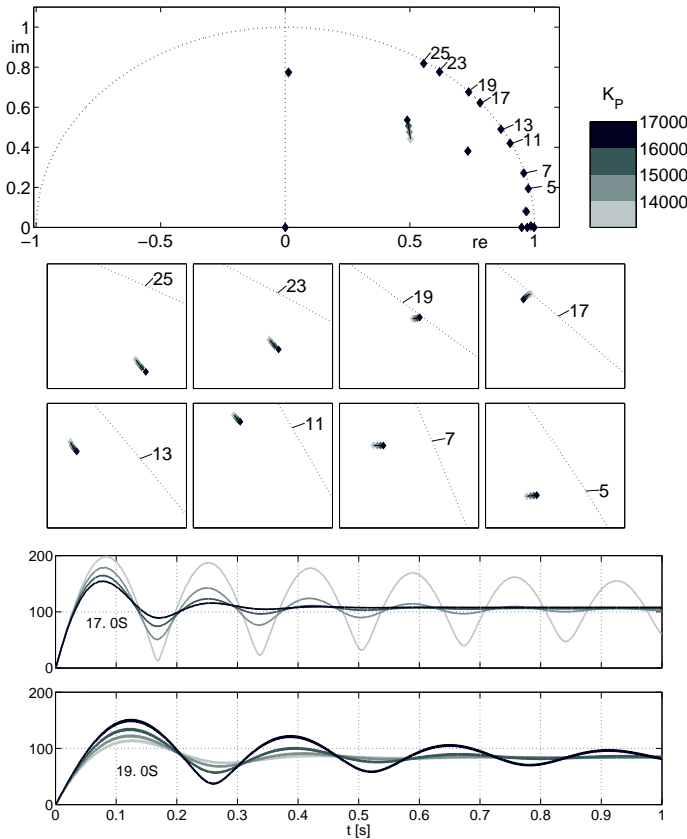
**Abb. 7.3:** Polstellen des geschlossenen Regelkreises mit Variation der Netzinduktivität  $L_N$

eingestellt. Die Lage der Polstellen in der Nähe des Einheitskreises, die durch die frequenzselektiven Regler eingefügt werden, sind, jeweils um den selben Maßstab vergrößert, im unteren Teil der Abbildung dargestellt.

Die für den gewählten  $K_P$ -Wert für Stabilität und Dynamik kritischen Regler der 17. und 19. Oberschwingung liegen am dichtesten am Einheitskreis und ergeben somit nur schlecht gedämpfte Regelvorgänge. Aufgrund des positiven  $K_I$ -Wertes für die 17. Oberschwingung resultiert nur bei 50  $\mu\text{H}$  Netzinduktivität ein stabiles Gesamtsystem. Für größere Netzinduktivitäten müsste bei dem gewählten  $K_P$ -Wert ein negativer  $K_I$ -Wert eingestellt werden.

Alle Polstellen der frequenzselektiven Regler bewegen sich mit steigender Netzinduktivität auf den Einheitskreis zu. Die schon bei der Betrachtung des dominierenden Polpaars der Regelstrecke festgestellte Verringerung der Dämpfung (des Abstandes der Polstelle vom Einheitskreis) mit zunehmender Netzinduktivität zeigt sich demzufolge auch beim geschlossenen Regelkreis. Man könnte in diesem Zusammenhang von einem „weicheeren“ Netz sprechen.

Für die Darstellungen in Abbildung 7.4 wurde der Bereich des  $K_P$ -Wertes so gewählt, dass die Regler für die 17. und 19. Oberschwingung stabil sind aber bis dicht an die Stabilitätsgrenze reichen. Für die 17. OS ist das bei der unteren Bereichsgrenze ( $K_P = 14000$ ), für die 19. Oberschwingung bei der oberen Bereichsgrenze ( $K_P = 17000$ ) der Fall. Damit die Dämpfung für beide Regler optimal wird (für die gegebenen  $K_I$ -Werte), muss ein  $K_P$ -Wert aus der Mitte des Bereiches eingestellt werden. Eine



**Abb. 7.4:** Variation des  $K_P$ -Wertes (Polstellen und dynamisches Verhalten)

Änderung zugunsten einer Oberschwingung ist immer mit einer Verschlechterung der dynamischen Eigenschaften der anderen Oberschwingung verbunden. Dies zeigt sich auch an den zugehörigen Sprungantworten in den beiden unteren Diagrammen. Es sind die Hüllkurven der Reglerausgänge für die Antwort auf eine sprunghafte Änderung des Laststromes von 0 auf eine ungedämpfte sinusförmige Schwingung der 17. bzw. 19. Oberschwingung dargestellt.

### 7.3 Beispiele für weitere Parametervariationen

Es gibt zwei Schwerpunkte für die Anwendung der Parametervariation in der Praxis. Ein Ziel ist es, für gegebene Netzbedingungen eine günstige Reglereinstellung zu finden und die Stabilitätsreserve für Parameterschwankungen zu beurteilen. Ein zweiter

Punkt ist die Optimierung des Hybridfilters. Eine detaillierte quantitative Analyse sei weiteren Untersuchungen vorbehalten, welchen konkrete Vorgaben für Dynamikanforderungen bzw. Optimierungskriterien zugrunde liegen müssen. Im weiteren werden nur einige ausgewählte Beispiele aufgeführt, die die Bedeutung einzelner Parameter demonstrieren sollen.

### 7.3.1 Netzbedingungen

Als Resistanz im Netz tritt zum einen der ohmsche Anteil der vorgeordneten Netzimpedanz und zum anderen eine ohmsche Ersatzbelastung für die dem Netz entnommene Wirkleistung auf. In Abbildung 7.5 wird das R/X-Verhältnis der Netzimpedanz über einen relativ großen Bereich variiert (für eine konstante Netzeinduktivität von  $50 \mu\text{H}$ ). Ebenfalls über einen großen Bereich wurde in Abbildung 7.6 die Wirkleistung variiert (dafür wurde das RC-Glied im Modell als reine Resistanz verwendet).

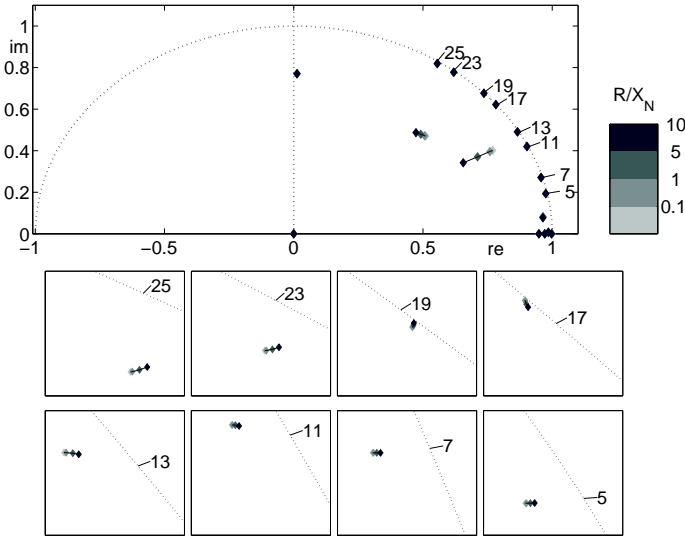
Es muss festgestellt werden, dass eine Erhöhung der Verluste im Netz im allgemeinen nicht zu einer größeren Dämpfung der Regelvorgänge führt. In der Mehrzahl bewegen sich die Polstellen der Regler bei Erhöhung der Verluste, also Vergrößerung des R/X-Verhältnisses bzw. der Wirkleistung, in Richtung Einheitskreis. Für die 17. Oberschwingung zeigt sich ein abweichendes Verhalten. Die Vergrößerung des R/X-Verhältnisses führt bei dieser Oberschwingung zu einer größeren Dämpfung.

Da die Wirkleistungsabnahme im Netz einen so großen ungünstigen Einfluss auf die Stabilität hat, aber gerade sie großen Schwankungen (zwischen Schwachlast und Vollast) unterliegt, ist hier besondere Aufmerksamkeit bei der Reglerparametrierung geboten. Allerdings ist noch zu untersuchen, ob sich motorische Lasten, die einen großen Leistungsanteil in Niederspannungsnetzen darstellen, ähnlich verhalten.

Als dritter Netzparameter soll der Einfluss eines parallelgeschalteten Kondensators untersucht werden. In Abbildung 7.7 sind die entsprechenden Ergebnisse dargestellt. Der Einfluss auf die Polstellen der Regler ist relativ klein. Problematisch wird die Resonanzstelle dieser Kapazität mit der wirksamen Gesamtinduktivität am Netzknoten. Die zugehörige Polstelle bewegt sich mit zunehmender Kapazität im 2. Quadranten im Uhrzeigersinn auf den Einheitskreis zu. Allerdings wurde in diesem Beispiel ein sehr guter  $\tan\delta$ -Wert angenommen. Eine Parallelschaltung des Hybridfilters mit einer unverdrosselten Kompensationsanlage sollte im Regelfall vermieden werden, so wie überhaupt von unverdrosselten Kompensationsanlagen in Netzen mit nichtlinearen Abnehmern abgeraten werden muss. Auf die Problematik der Resonanzstellen wurde bereits in Abschnitt 3.1 hingewiesen.

### 7.3.2 Komponenten des Hybridfilters

Eine der grundlegenden Entscheidungen für die Auslegung des Hybridfilters ist die Größe der Kapazität des passiven Filters  $C_f$ . Die Abhängigkeit der Lage der Polstellen von diesem Parameter zeigt Abbildung 7.8, wobei eine konstante Resonanzfrequenz des Reihenresonanzkreises vorgegeben wurde. Die Kapazität hat einen erheblichen Einfluss auf alle Polstellen des Regelkreises. Zur Beurteilung einer möglichen Regelung der Blindleistung durch Stufung der Kapazität kann Abbildung 7.9 herangezogen



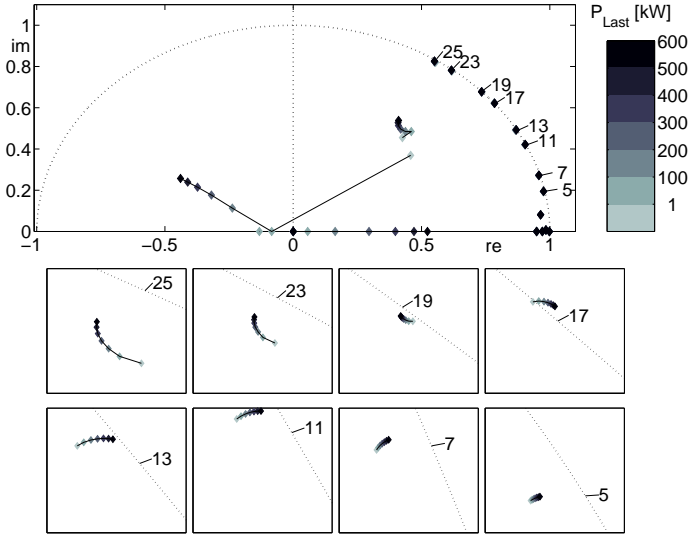
**Abb. 7.5:** Variation des R/X-Verhältnisses der Netzipedanz

werden, bei dem die Hauptinduktivität konstant gehalten wurde. Es erscheint nicht ausgeschlossen, dass ein Reglerparametersatz gefunden werden kann, der für alle Kondensatorstufen einen stabilen Betrieb gewährleistet.

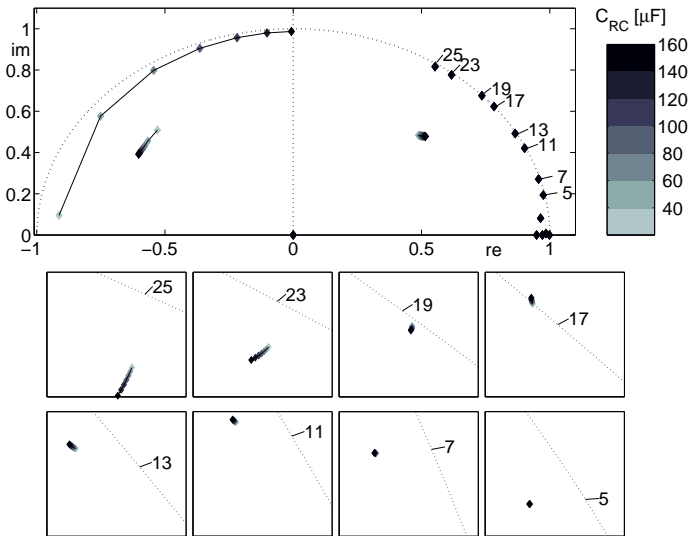
Ein Parameter, welcher bisher nicht exakt bestimmt werden konnte, ist die Streuung des Transformators des Hybridfilters. Deshalb ist zu untersuchen, welche Auswirkungen eine relativ große Toleranz auf die Lage der Polstellen hat. In Abbildung 7.10, mit Variation der netzseitigen Streuinduktivität, zeigt sich, dass nur ein geringer Einfluss auf die Polstellen der Regler besteht. Für die wechselrichterseitige Streuinduktivität ergibt sich ein nahezu identisches Bild.

Abschließend soll der Einfluss der Pulsfrequenzfilterinduktivität untersucht werden. In Abbildung 7.11 wurde der Induktivitätswert um bis zu 30 % reduziert. Die Kapazität  $C_P$  wurde so gesetzt, dass die Resonanzfrequenz konstant bei 6.3 kHz lag. Es ist festzustellen, dass die Polstellen der Regler mit zunehmender Modulationsfrequenz stärker durch die Änderung von  $L_P$  beeinflusst werden. Für die hohen Oberschwingungen ist die Lageänderung der Polstellen bezogen auf die Größe der Parameteränderung relativ groß.

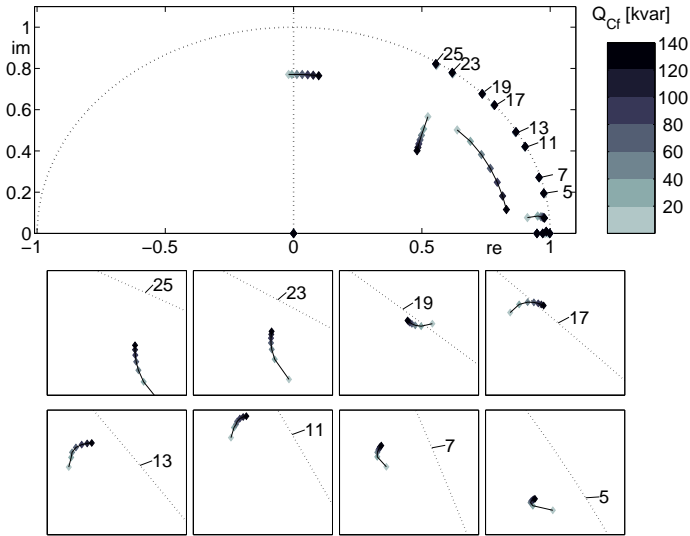
## 7 Beurteilung des Gesamtsystems anhand der Polstellen



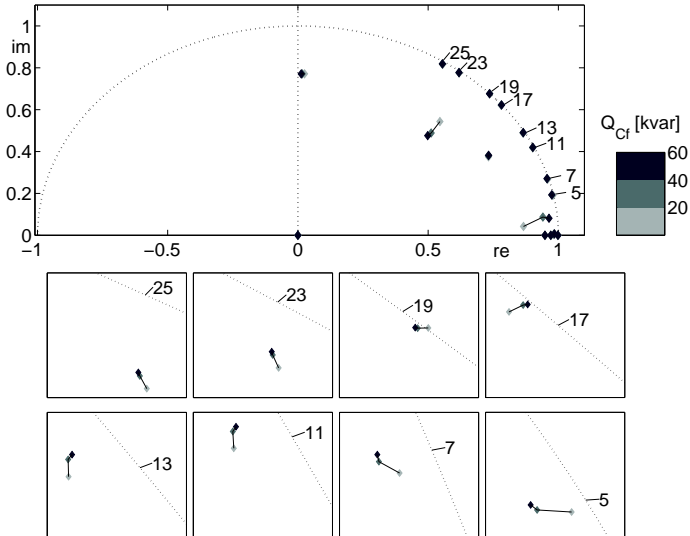
**Abb. 7.6:** Variation der Wirkleistung (als ohmscher Widerstand  $R_{RC}$ ,  $C_{RC} = \infty$ )



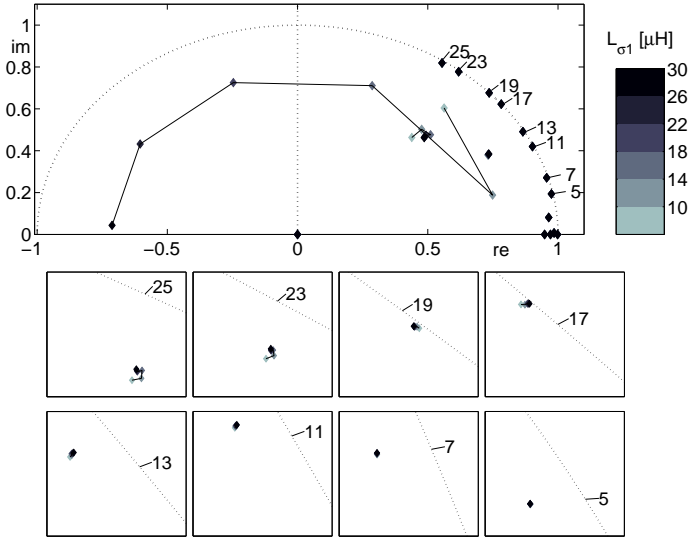
**Abb. 7.7:** Variation eines parallelgeschalteten Kondensators ( $\tan \delta = 3 \cdot 10^{-5}$ )



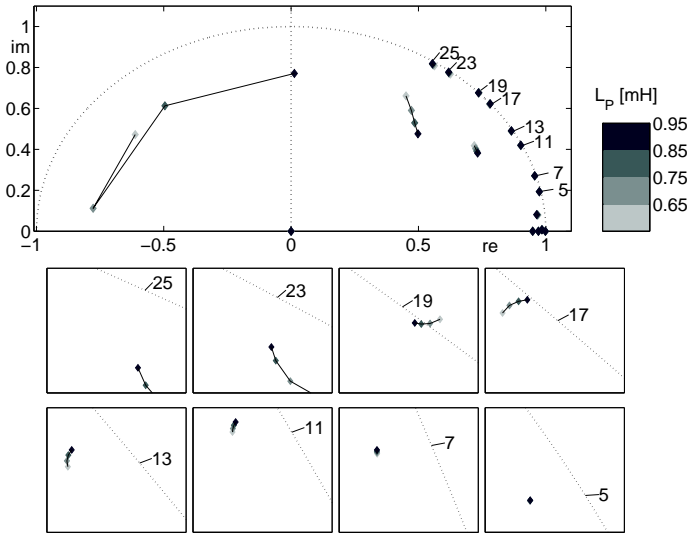
**Abb. 7.8:** Variation der Blindleistung des passiven Filters ( $L_m$  wird entsprechend der konstanten Resonanzfrequenz von 230 Hz gesetzt)



**Abb. 7.9:** Variation der Blindleistung des passiven Filters ( $L_m = 400 \mu\text{H}$ ; zugehörige Resonanzfrequenzen: 398, 282 und 230 Hz)



**Abb. 7.10:** Variation der netzseitigen Streuinduktivität des Transformators



**Abb. 7.11:** Variation der Pulsfrequenzfilterdrossel  $L_P$  ( $f_P = 6.3\text{kHz}$ ,  $C_P$  wird entsprechend gesetzt)



## 8 Zusammenfassung und Ausblick

Der in dieser Arbeit vorgestellte parallele Hybridfilter mit frequenzselektiver Regelung stellt eine kostengünstige Variante zur Kompensation der Oberschwingungsströme von Stromrichterabnehmern dar. Mit einem relativ kleinen Wechselrichterstrom kann ein großer Kompensationsstrom stationär exakt in das Netz gespeist werden. Mit dem untersuchten Prototyp kann eine Gleichrichterlast von etwa 300 kW kompensiert werden, mit einem auf 35 A Dauerstrom ausgelegten Wechselrichter.

Im Hauptteil der Arbeit wurde gezeigt, dass sich die frequenzselektive Regelung in ruhenden Koordinaten in zeitdiskretisierter Form und unter Berücksichtigung einer Totzeit gut zur Regelung einer schwingungsfähigen Strecke eignet. Allerdings wurde als wesentliches Merkmal eines solchen Regelkreises eine Nullstelle im Stabilitätsbereich herausgearbeitet, in dessen Nähe kein stabiles Verhalten des Systems möglich ist und der deshalb bei der Reglereinstellung vermieden werden muss.

Es wurde eine digitale Implementierung des frequenzselektiven I-Reglers als IIR-Filter 2. Ordnung vorgestellt. Im Vergleich zur  $dq$ -Transformation ergibt sich ein geringerer Berechnungsaufwand. Die praktische Anwendbarkeit dieser frequenzselektiven Regelung beschränkt sich nicht auf den untersuchten Hybridfilter. Sie ist auch für andere Systeme mit Regelungen sinusförmiger Größen geeignet, insbesondere für Systeme mit einem Pulswechselrichter als Stellglied. Sie kann auch als Ergänzung zu bestehenden Regelungen angewendet werden, z. B. um bei einer Netzeinspeisung mit Wechselrichter die durch die Netzspannungsverzerrung verursachten Stromüberschwingungen zu unterdrücken.

Da im vorliegenden Anwendungsfall das Energieversorgungsnetz als Teil der Regelstrecke großen Änderungen unterliegen kann, ist eine optimale Reglereinstellung und Beurteilung der Stabilitätsreserven nur mit Hilfe einer umfassenden Analyse des Gesamtsystems aus Hybridfilter, Netz und Last möglich.

Die Stromrichterlasten und auch der Pulswechselrichter des Hybridfilters stellen nichtlineare Systeme dar. Es wurde anhand von Messergebnissen gezeigt, dass mit linearisierten Modellen eine gute Abbildung der Realität möglich ist. Darauf aufbauend konnten aus der Lage der Polstellen des Regelkreises in der  $z$ -Ebene die gewünschten Aussagen zu Stabilität und Dynamik abgeleitet werden.

Die Kombination aus Simulation im Zeitbereich und Parametervariation im Frequenzbereich ( $z$ -Ebene) mit Hilfe eines entsprechenden Programmsystemes wird als das wichtigste Hilfsmittel für die Projektierung und Optimierung solcher Systeme herausgestellt. Diese Vorgehensweise wurde anhand ausgewählter Beispiele, die den Einfluss verschiedener Schaltungsparameter des Hybridfilters und des Netzes betrafen, demonstriert.

Als wichtiger Optimierungsparameter sei an dieser Stelle noch die Pulsfrequenz des aktiven Teils des Hybridfilters erwähnt. Hier ist sowohl eine Erhöhung denkbar, um

den Aufwand für den Pulsfrequenzfilter zu reduzieren und einen größeren Stabilitätsbereich zu erhalten, aber auch eine Reduzierung, wenn Halbleiterschalter mit geringerer Pulsfrequenz für Anwendungen mit höherer Leistung verwendet werden sollen.

Denkbar ist auch eine Übertragung dieses Hybridfilterprinzips in die Mittelspannungsebene, wobei sich Kostenvorteile durch die Verwendung von Standard-Leistungshalbleitern mit kleinen Spannungsklassen ergeben können.

Am Beispiel des ungesteuerten 6-Puls-Gleichrichters wurde gezeigt, dass in Erweiterung des üblichen Gebrauchs des Begriffes „Stromrichteretzrückwirkungen“ auch Rückwirkungen eines Oberschwingungsfilters auf die Stromrichterlast bestehen. Die Anwendung eines parallelen Filters ist nur sinnvoll, wenn eine gewisse minimale Kommutierungs- und Gleichstrominduktivität des Gleichrichters nicht unterschritten wird. Eine Optimierung der Netzzrückwirkungen ist am besten möglich, wenn Stromrichterlast und Filter als Einheit betrachtet werden.

Nur an einem kurzen, simulativen Beispiel wurde gezeigt, dass für einen ungesteuerten Gleichrichter mit Glättungskondensator in Kombination mit einem seriellen Filter mit frequenzselektiver Regelung sehr gute Eigenschaften bezüglich der Netzzrückwirkungen aber auch bezüglich der Gleichspannungslast erreicht werden können. Davon ausgehend sollte die Kombination von parallelem und seriellen Hybridfilter zu einem hybriden UPQC mit frequenzselektiver Regelung zur Kompensation von Lasten mit großer Leistung überprüft werden, mit dem Ziel ein netzzrückwirkungsarmes Gesamtsystem mit einem Optimum aus passiven und aktiven Bauelementen zu erreichen.

Die Kriterien der Elektroenergiequalität (z. B. THD, Flicker) können nicht direkt mit Dynamikparametern im Zeitbereich (Einschwingzeit, Überschwingweite) verglichen werden. Für eine Optimierung hinsichtlich dieser Kriterien müssen weitere Untersuchungen basierend auf Simulationen im Zeitbereich durchgeführt werden. Es ist denkbar, dass durch adaptive Verfahren hier eine entscheidende Verbesserung des Systemverhaltens erreicht werden kann. Ebenso sind adaptive Verfahren notwendig, um besser auf Änderungen der Regelstrecke, wie z. B. Umschaltungen und Belastungsänderungen im Netz, zu reagieren. Eine Einbeziehung der Netzspannung in die Regelung ist hierfür unumgänglich. Die in dieser Arbeit vorgestellten Modelle können als Ausgangspunkt für derartige Untersuchungen dienen.

# Formelzeichen, Indizes und Abkürzungen

## Formelzeichen

Formelzeichen, die nur an einer Stelle im Text benutzt werden, sind dort erläutert und in diesem Verzeichnis nicht aufgeführt. Die Zahlen in Klammern am Ende jeder Zeile geben die Seite der Definition oder der ersten Erwähnung an.

Formelzeichen	Bedeutung
$a_i$	Polynomkoeffizienten (34)
$C_f$	Filterkondensator (61)
$C_P$	Kondensator des Pulsfrequenzfilters (61)
$d$	Dämpfungskonstante des PT <sub>2</sub> -Gliedes (33)
$D_0, D_{0d}$	Nennerpolynom (34)
$D_i$	Hauptabschnittsdeterminanten der Hurwitz-Matrix <b>H</b> (35)
$e$	Regelabweichung (26)
$F_K$	Kompensationsgrad (63)
$f_r$	Resonanzfrequenz (des Reihenschwingkreises) (12)
$G_0$	Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises (33)
$G_{gl}$	Übertragungsfunktion eines Gleichgrößenreglers (25)
$G_I$	Übertragungsfunktion des frequenzselektiven I-Reglers (41)
$G_{we}$	Übertragungsfunktion eines Wechselgrößenreglers (25)
$G_w$	Führungsübertragungsfunktion (34)
<b>H</b>	Hurwitz-Matrix (35)
$h$	Ordnungszahl der Oberschwingung (73)
$i_F$	Filterstromes (7)
$i_L$	Laststrom (8)
$i_N$	Netzstromes (5)
$i_{WR}$	Wechselrichterstrom (7)
$K_I$	Integral-Verstärkung (32)
$K_P$	Proportional-Verstärkung (32)
$L_m$	Hauptinduktivität (61)
$L_P$	Induktivität des Pulsfrequenzfilters (61)
$N, N_0, N_{0d}$	Zählerpolynom (33)
$p$	Verdrosselungsgrad (11)
$p_d$	bezogene mittlere Wirkleistung der Gleichstromlast (17)
$Q$	Blindleistung (3phasig) (12)
$s$	Laplace-Operator (komplexe Frequenz)
$s_i$	Polstelle

## Formelzeichen (Fortsetzung)

Formelzeichen	Bedeutung
$T$	Abtastzeit (41)
$T_0$	Zeitkonstante PT <sub>2</sub> -Glied (33)
$T_1$	Zeitkonstante PT <sub>1</sub> -Glied / Bandsperre (52)
$u$	Stellgröße (26)
$U_{LE}$	Leiter-Erde-Spannung (Effektivwert) (12)
$u_N$	Netzspannung (5)
$u_Z$	Zwischenkreisspannung (61)
$\ddot{u}$	Transformatorübersetzungsverhältnis (61)
$x$	Verhältnis der Quadrate der Modulationsfrequenz $\omega_I$ und der Resonanzfrequenz der Strecke $\omega_0$ des einfachen Regelkreises (35)
$x_d$	bezogene Gleichstrominduktivitäten (17)
$x_k$	bezogene Kommutierungsinduktivitäten (17)
$x_n$	bezogene Netzinduktivitäten (17)
$y$	Regelgröße (26)
$y_d$	bezogene Kapazität des Gleichspannungskondensators (19)
$\delta$	Dämpfung (Kreisfrequenz) des PT <sub>2</sub> -Gliedes (33)
$\delta_{min}$	minimaler Realteil (maximale Dämpfung) einer Polstelle (39)
$\vartheta$	Winkel der Netzspannung (63)
$\omega_0$	Eigenfrequenz des ungedämpften PT <sub>2</sub> -Gliedes (33)
$\omega_e$	Eigenfrequenz des gedämpften PT <sub>2</sub> -Gliedes (33)
$\omega_I$	Modulationskreisfrequenz des frequenzselektiven I-Reglers (32)
$\omega_m$	Modulationskreisfrequenz (27)
$\omega_N$	Netzkreisfrequenz ( $2\pi \cdot 50 \text{ Hz}$ ) (12)
$\omega_{ny}$	Nyquist-Frequenz (41)
$\omega_r$	Resonanzkreisfrequenz ( $2\pi f_r$ ) (12)
$\omega_S$	Abtastfrequenz (50)

## Indizes

0	offener Regelkreis
1, 2	Mit-, Gegensystem
1, 2, 3	Leiter des Drehstromsystems
$a, b, c$	natürliche Komponenten des Dreiphasensystems
$BP$	Bandpass
$BS$	Bandsperre
$d, q$	Komponenten im $dq$ -Koordinatensystem
$d$	Gleichstrom /-spannung
$d$	zeitdiskret
$F$	Filter
$h$	Oberschwingung (Harmonische)
$N$	Netz
$TP$	Tiefpass
$WR$	Wechselrichter
$\alpha, \beta$	Komponenten im $\alpha\beta$ -Koordinatensystem

## Abkürzungen

AF	Aktiver Filter
B6C	6-Puls-Thyristor-Brückenschaltung
B6D	6-Puls-Dioden-Brückenschaltung
EDLC	Electrical Double Layer Capacitor
FACTS	Flexible AC Transmission Systems
FIR	Finite Impulse Response
GS	Grundschiwingung
GTO	Gate Turn-off Thyristor
IFC	Impedanz-Frequenz-Charakteristik
IGBT	Insulated Gate Bipolar Transistor
IGCT	Integrated Gate Commutated Thyristor
IIR	Infinite Impulse Response
MOSFET	Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor
OS	Oberschwingung
PHF	Paralleler Hybridfilter
PWR	Pulswechselrichter
RMS	Effektivwert ( <i>root mean square</i> )
SMES	Superconducting Magnetic Energy Storage
THD	Gesamtverzerrungsfaktor ( <i>total harmonic distortion</i> )
UPQC	Unified Power Quality Conditioner



# A Simulationsparameter

## 1. Netzeinspeisung

$$L_N = 50 \mu H, R_N = 50 m\Omega, R/X = 3.2$$

## 2. Paralleldrossel

$$L = 8.13 mH, R = 51.1 m\Omega$$

## 3. RC-Glied

$$C = 10 \mu F, R = 10 m\Omega, \tan \delta = 3 \cdot 10^{-5}$$

## 4. B6D-Last

- Vorladewiderstand

$$R = 0.9 \Omega$$

- Kommutierungsinduktivität

$$L_k = 250 \mu H, R_{L_k} = 150 m\Omega$$

- B6D-Brücke

$$R_{Snubber} = 10 k\Omega, C_{Snubber} = \infty$$

$$R_{on} = 0.1 m\Omega, L_{on} = 0, V_{forward} = 0.5 V$$

- Gleichstrombelastung

$$C_d = 2.25 mF, R_d = 10.05 \Omega$$

## 5. Hybridfilter

- Transformator

$$L_{\sigma 1} = 20 \mu H, L_{\sigma 2} = 20 \mu H$$

$$R_{cu1} = 50 m\Omega, R_{cu2} = 50 m\Omega$$

$$R_m = 40 \Omega, L_m = 400 \mu H$$

$$\frac{w_n}{w_p} = \frac{1}{1.6}$$

## A Simulationsparameter

- Kapazität des passiven Filters  
 $C_f = 0.4 \text{ mF}$  (Dreieckschaltung)
- Pulsfrequenzfilter  
 $C_P = 0.66 \text{ }\mu\text{F}$ ,  $R_{C_P} = 2 \text{ m}\Omega$   
 $L_P = 0.95 \text{ mH}$ ,  $R_{L_P} = 125 \text{ m}\Omega$
- Wechselrichter mit idealen Schaltern  
 $R_{Snubber} = 100 \text{ k}\Omega$ ,  $C_{Snubber} = \infty$   
 $R_{on} = 1 \text{ m}\Omega$
- Zwischenkreis  
 $C_z = 2 \text{ mF}$ ,  $R_{C_z} = 10 \text{ m}\Omega$   
 $R = 1 \text{ k}\Omega$
- B6D-Brücke  
 $R_{Snubber} = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $C_{Snubber} = \infty$   
 $R_{on} = 0.1 \text{ m}\Omega$ ,  $L_{on} = 0$ ,  $V_{forward} = 0.5 \text{ V}$
- Kommutierungsinduktivität  
 $L_k = 20 \text{ }\mu\text{F}$ ,  $R_{L_k} = 0.5 \text{ }\Omega$

## 6. Regelung

- Normierungswerte  
Wechselrichterstrom ( $i_{WR}$ ): 454 (**ia3norm**)  
Filterstrom ( $i_F$ ): 576 (**ic3norm**)  
Netzstrom ( $i_N$ ): 1152 (**in3norm**)  
Netzspannung ( $u_N$ ): 500 (**un3norm**)  
Zwischenkreisspannung ( $u_Z$ ): 917 (**uznorm**)
- Bandsperre  
 $\omega_N = 2\pi \cdot 50$   
 $T_1 = 3 \text{ ms}$

- frequenzselektive Regler

$$K_{P(DSP)} = 15000, K_P = 0.458$$

OS	5.	7.	11.	13.	17.	19.	23.	25.
$K_{I(DSP)}$	100	100	100	100	50	-30	-100	-200
$K_I [s^{-1}]$	24.4	24.4	24.4	24.4	12.2	-7.3	-24.4	-48.8



## B Anwendungshinweise für MATLAB

Das Programmsystem MATLAB von *The Math Works Inc.* ist ein umfassendes Werkzeug für die mathematische Behandlung ingenieurtechnischer Problemstellungen. Der MATLAB-Kern bietet die mathematischen Grundfunktionen, wie z. B. numerische Berechnungen und graphische Darstellung in Diagrammen. Zur Formulierung der mathematischen Problemstellung wird eine Syntax verwendet, die einen einfachen „Taschenrechner“-Modus ebenso erlaubt wie die Anwendung von Datenstrukturen und syntaktischen Konstrukten einer höheren Programmiersprache.

Es existieren viele Erweiterungen für einzelne Themen der Mathematik, von denen im weiteren die *Symbolic Math Toolbox* und die *Control System Toolbox* verwendet werden. *Simulink* stellt eine Erweiterung für die Behandlung systemtheoretischer Probleme auf Basis einer blockorientierten grafischen Oberfläche dar. *SimPowerSystems* ist eine Erweiterung von *Simulink*, die die Behandlung von elektrischen Netzwerken, speziell der Energietechnik und Leistungselektronik, vereinfacht.

In den folgenden Abschnitten werden einige Code-Fragmente dargestellt, die zur Lösung der in dieser Arbeit bearbeiteten Aufgabenstellungen angewendet wurden. Eine vollständige Dokumentation der Lösungswege würde den Umfang dieser Arbeit übersteigen. Die Code-Fragmente sind als Gedankenstütze und Anregung zu weiterführenden Arbeiten gedacht. Die Syntax ist weitgehend selbsterklärend. Es ist zu beachten, dass das erste Element eines Feldes den Index 1 hat (im Unterschied z. B. zur Programmiersprache C).

### B.1 Jury-Kriterium

Das Jury-Kriterium gibt notwendige und hinreichende Bedingungen für die Lage der Nullstellen eines Polynoms im Einheitskreis an. Der nachfolgende Algorithmus wurde [11] entnommen. Er ist auch in [21] beschrieben.

Ausgehend von einem Polynom in  $z$  der Ordnung  $m$

$$A(z) = a_m z^m + a_{m-1} z^{m-1} + \dots + a_1 z + a_0 \quad (\text{B.1})$$

wird das Schema in Gleichung B.3 gebildet, wobei  $a_m > 0$  angenommen wird.

Die Elemente der geradzahigen Reihen sind die Elemente der vorhergehenden Reihe in der umgekehrten Reihenfolge. Ferner folgen die Elemente der Reihen 3,5,...,2m-5 und 2m-3 aus den Determinanten:

$$\begin{aligned} b_k &= \begin{vmatrix} a_0 & a_{m-k} \\ a_m & a_k \end{vmatrix} & c_k &= \begin{vmatrix} b_0 & b_{m-1-k} \\ b_{m-1} & b_k \end{vmatrix} & d_k &= \begin{vmatrix} c_0 & c_{m-2-k} \\ c_{m-2} & c_k \end{vmatrix} \dots \\ m_0 &= \begin{vmatrix} l_0 & l_3 \\ l_3 & l_0 \end{vmatrix} & m_2 &= \begin{vmatrix} l_0 & l_1 \\ l_3 & l_2 \end{vmatrix} \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

Die erste Spalte der Determinanten bleibt für eine neue Reihe gleich und wird aus der ersten Spalte der beiden vorangehenden Zeilen gebildet. Die zweite Spalte ergibt sich durch Einsetzen der Spalten der vorangehenden beiden Zeilen von rechts beginnend.

Reihe								
1	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$\dots$	$a_{m-k}$	$\dots$	$a_{m-1}$	$a_m$
2	$a_m$	$a_{m-1}$	$a_{m-2}$	$\dots$	$a_k$	$\dots$	$a_1$	$a_0$
3	$b_0$	$b_1$	$b_2$	$\dots$	$b_{m-k}$	$b_{m-1}$		
4	$b_{m-1}$	$b_{m-2}$	$b_{m-3}$	$\dots$	$b_k$	$b_0$		
5	$c_0$	$c_1$	$c_2$	$\dots$	$c_{m-2}$			
6	$c_{m-2}$	$c_{m-3}$	$c_{m-4}$	$c_0$				
$\vdots$	$\vdots$							
$2m-5$	$l_0$	$l_1$	$l_2$	$l_3$				
$2m-4$	$l_3$	$l_2$	$l_1$	$l_0$				
$2m-3$	$m_0$	$m_1$	$m_2$					

(B.3)

Für die Aussage zur Lage der Nullstellen wird jeweils das erste mit dem letzten Element der ungeraden Zeilen verglichen, so dass auf diese Weise  $m-1$  Ungleichungen gebildet werden können. Zwei weitere Bedingungen entstehen durch die direkte Auswertung des Polynoms für die Wert  $z = 1$  und  $z = -1$ . Für ein Polynom  $m$ -ter Ordnung erhält man die folgenden  $m+1$  Bedingungen

$$\left. \begin{array}{rcl}
 A(1) & > & 0 \\
 (-1)^m A(-1) & > & 0 \\
 |a_0| & < & a_m \\
 |b_0| & > & |b_{m-1}| \\
 |c_0| & > & |c_{m-2}| \\
 |d_0| & > & |d_{m-3}| \\
 & \vdots & \\
 |m_0| & > & |m_2|
 \end{array} \right\} \quad (B.4)$$

Der Rechenaufwand für das Jury-Kriterium ist im Vergleich zu anderen Stabilitätskriterien relativ gering, trotzdem wäre beim Einsatz von MATLAB die direkte Bestimmung der Nullstellen einfacher, wenn es um die numerische Auswertung für einen Regelkreis mit festen Parametern geht. Zusätzlich zur Stabilitätsaussage können außerdem noch Aussagen zur Dynamik aus den Nullstellen abgeleitet werden.

Der Zweck der Anwendung des Jury-Kriteriums in dieser Arbeit liegt in der Analyse eines Regelkreises mit variablen Parametern. Für die analytische Auswertung ist die Betragsbildung in den Bedingungen B.4 unvorteilhaft, weil die dann notwendigen Fallunterscheidungen den Aufwand vervielfachen. Für den Fall  $a_m = 1$  (welcher in dieser Arbeit vorliegt) können die Bedingungen so umgeformt werden, dass keine Betragsbildung (mit Ausnahme für  $a_0$ ) enthalten ist. Dies wird ersichtlich, wenn für die

Elemente  $a_0, b_0, c_0, \dots, m_0$  die entsprechenden Determinanten eingesetzt werden

$$\left. \begin{array}{rcl} |a_0| & < & 1 \\ |a_0^2 - 1| & > & |b_{m-1}| \\ |b_0^2 - b_{m-1}^2| & > & |c_{m-2}| \\ |c_0^2 - c_{m-2}^2| & > & |d_{m-3}| \\ & \vdots & \\ |l_0^2 - l_3^2| & > & |m_2| \end{array} \right\} \quad (\text{B.5})$$

Die Determinanten sind die Differenz der Quadrate der linken und rechten Terme der vorangehenden Ungleichung. Durch die Quadrierung und Umstellung einer Ungleichungen kann auf das Vorzeichen des linken Terms der nachfolgenden Ungleichung geschlossen werden

$$\left. \begin{array}{rcl} b_0 = a_0^2 - 1 & < & 0 \\ c_0 = b_0^2 - b_{m-1}^2 & > & 0 \\ d_0 = c_0^2 - c_{m-2}^2 & > & 0 \\ & \vdots & \\ m_0 = l_0^2 - l_3^2 & > & 0 \end{array} \right\} \quad (\text{B.6})$$

Damit ergeben sich für ein Polynom mit  $a_m = 1$  folgende modifizierte Bedingungen

$$\left. \begin{array}{rcl} A(1) & > & 0 \\ (-1)^m A(-1) & > & 0 \\ |a_0| & < & 1 \\ -b_0 & > & b_{m-1} \\ c_0 & > & c_{m-2} \\ d_0 & > & d_{m-3} \\ & \vdots & \\ m_0 & > & m_2 \end{array} \right\} \quad (\text{B.7})$$

Die Aufstellung der Determinanten kann in MATLAB durch zwei verschachtelte Schleifen erfolgen

```
m=size(A,2);
for n=2:m-2
    R=A{n-1};
    for k=1:m+1-n
        A{n}{k}=R{1}*R{k}-R{end}*R{m+3-n-k};
    end
end
```

Die Index-Notation mit geschweiften Klammern bedeutet, dass **A** ein Feld vom Typ **cell array** ist. Die einzelnen Elemente dieses Feldes können symbolische Ausdrücke beliebiger Größe enthalten. Am Anfang enthält **A** nur eine Zeile mit den Koeffizienten des zu untersuchenden Polynoms mit aufsteigenden Potenzen. Es werden dynamisch Zeilen entsprechend der Ordnung des Polynoms an **A** angefügt, so dass am Ende die Zeilen 1,3,5,... entsprechend dem Schema [B.3](#) in **A** vorliegen.

## B.2 Stabilitätsbereich für Gleichung 5. Ordnung

Die ausführliche Form der Stabilitätsbedingungen, die sich aus der Gleichung 5. Ordnung für den zeitdiskreten Regelkreis aus Abschnitt 4.4.1 ergeben, sind in den Ungleichungen B.8 bis B.13 in Abhängigkeit von den Regler- und Streckenparametern angegeben.

Eine Umformung in explizite Funktionen für Reglerparameter  $K_P$  und  $K_I$  in Abhängigkeit von variablen Streckenparametern ist nicht möglich. Allgemeine Erkenntnisse zum Stabilitätsbereich können gewonnen werden, indem für konstante Streckenparameter eine grafische Darstellung des  $K_P$ - $K_I$ -Stabilitätsbereiches erfolgt.

$$A(1) : (2b_1 + c_I b_1 + 2b_2 + c_I b_2)K_P + 2 + c_I + 2a_1 + c_I a_1 + 2a_2 + c_I a_2 > 0 \quad (\text{B.8})$$

$$(-1)^m A(-1) : (2b_1 - c_I b_1 - 2b_2 + c_I b_2)K_P + 2 - c_I - 2a_1 + c_I a_1 + 2a_2 - c_I a_2 > 0 \quad (\text{B.9})$$

$$a_0 : 1 - |(-K'_I + K_P)b_2| > 0 \quad (\text{B.10})$$

$$b_0 : (-K'_I + K_P)^2 b_2^2 - 1 - (-K'_I + K_P)b_2(c_I + a_1) + a_2 + (-K'_I + K_P)b_1 + K_P c_I b_2 > 0 \quad (\text{B.11})$$

$$c_0 : ((-K'_I + K_P)^2 b_2^2 - 1)^2 - ((-K'_I + K_P)b_2(c_I + a_1) - a_2 - (-K'_I + K_P)b_1 - K_P c_I b_2)^2 - ((-K'_I + K_P)^2 b_2^2 - 1)((-K'_I + K_P)b_2((K_P + K'_I)b_1 + 1 + c_I a_1 + a_2) - K_P c_I b_1 - (K_P + K'_I)b_2 - a_1 - c_I a_2) + ((-K'_I + K_P)b_2(c_I + a_1) - a_2 - (-K'_I + K_P)b_1 - K_P c_I b_2)((-K'_I + K_P)b_2(a_2 + (-K'_I + K_P)b_1 + K_P c_I b_2) - c_I - a_1) > 0 \quad (\text{B.12})$$

$$d_0 : (((-K'_I + K_P)^2 b_2^2 - 1)^2 - ((-K'_I + K_P)b_2(c_I + a_1) - a_2 - (-K'_I + K_P)b_1 - K_P c_I b_2)^2) - (((-K'_I + K_P)^2 b_2^2 - 1)((-K'_I + K_P)b_2((K_P + K'_I)b_1 + 1 + c_I a_1 + a_2) - K_P c_I b_1 - (K_P + K'_I)b_2 - a_1 - c_I a_2) - ((-K'_I + K_P)b_2(c_I + a_1) - a_2 - (-K'_I + K_P)b_1 - K_P c_I b_2)((-K'_I + K_P)b_2(a_2 + (-K'_I + K_P)b_1 + K_P c_I b_2) - c_I - a_1)) - (((-K'_I + K_P)^2 b_2^2 - 1)^2 - ((-K'_I + K_P)b_2(c_I + a_1) - a_2 - (-K'_I + K_P)b_1 - K_P c_I b_2)^2)((-K'_I + K_P)^2 b_2^2 - 1)((-K'_I + K_P)b_2(K_P c_I b_1 + (K_P + K'_I)b_2 + a_1 + c_I a_2) - (K_P + K'_I)b_1 - 1 - c_I a_1 - a_2) - ((-K'_I + K_P)b_2(c_I + a_1) - a_2 - (-K'_I + K_P)b_1 - K_P c_I b_2)((-K'_I + K_P)b_2(K_P c_I b_1 + (K_P + K'_I)b_2 + a_1 + c_I a_2) - (K_P + K'_I)b_1 - 1 - c_I a_1 - a_2)) + (((-K'_I + K_P)^2 b_2^2 - 1)((-K'_I + K_P)b_2((K_P + K'_I)b_1 + 1 + c_I a_1 + a_2) - K_P c_I b_1 - (K_P + K'_I)b_2 - a_1 - c_I a_2) - ((-K'_I + K_P)b_2(c_I + a_1) - a_2 -$$

$$\begin{aligned}
 & (-K_I' + K_P)b_1 - K_P c_I b_2)((-K_I' + K_P)b_2(a_2 + (-K_I' + K_P)b_1 + K_P c_I b_2) - \\
 & c_I - a_1))((( -K_I' + K_P)^2 b_2^2 - 1)((-K_I' + K_P)b_2(a_2 + (-K_I' + K_P)b_1 + \\
 & K_P c_I b_2) - c_I - a_1) - ((-K_I' + K_P)b_2(c_I + a_1) - a_2 - (-K_I' + K_P)b_1 - \\
 & K_P c_I b_2)((-K_I' + K_P)b_2((K_P + K_I')b_1 + 1 + c_I a_1 + a_2) - K_P c_I b_1 - \\
 & (K_P + K_I')b_2 - a_1 - c_I a_2)) > 0
 \end{aligned}
 \tag{B.13}$$

In MATLAB ist dies auf folgende Art möglich. Zuerst erfolgt eine Substitution der konstanten Parameter mit den entsprechenden Zahlenwerten mit der Funktion `subs()` in den symbolischen Ausdrücken der Bedingungen. Diese werden dann in die `inline`-Funktionen `Fi` umgewandelt (in diesem Fall Funktionen mit den zwei verbleibenden Variablen  $K_I$  und  $K_P$ ). Es folgt eine zweidimensionale Auswertung dieser Funktionen mittels `feval`. Mit `contourf` werden Gebiete in Abhängigkeit vom Funktionswerte farblich dargestellt, wobei im vorliegenden Fall 0 als einziger Schwellenwert angegeben wird. Deshalb ist es sinnvoll, alle Bedingungen vorher in die Form  $\dots > 0$  umzustellen.

```

[ki,kp] = meshgrid((-2:0.01:2)*T0_,0:0.1:25);
for n=1:6
    Z(n, :, :) = feval(Fi{n},ki,kp);
    contourf(kp,ki/T0_,squeeze(Z(n, :, :)), [0 0]);
end

```

In Abbildung B.1 sind für ein Beispiel die Stabilitätsbereiche, die sich aus den 6 Bedingungen ergeben dargestellt. Positive Werte, für die der Regelkreis stabil ist, werden grau dargestellt (mit der Funktion `colormap([1 1 1]*0.6)`).

Abschließend ist die Schnittmenge aller Bedingungen zu bilden, was durch eine einfache Bildung des Minimums erfolgen kann.

```

Zmin=min(Z);
contourf(kp,ki,squeeze(Zmin), [0 0]);

```

Für das gewählte Beispiel ergibt sich nur der kleine Bereich für  $K_P$  zwischen 0 und 2, siehe Abbildung B.2.

## B.3 Systemmatrix und Polstellen des einphasigen Modells

Die *Control System Toolbox* bietet drei verschiedene Typen zur Darstellung von LTI-Systemen: als Übertragungsfunktion (TF), Pol-/Nullstellen-Darstellung (ZPK) und Zustandsraumdarstellung (SS). Aus Gründen der numerischen Genauigkeit wird die Verwendung der Zustandsraumdarstellung empfohlen, insbesondere für Systeme mit höherer Ordnung. Aus den gleichen Gründen sollte vor einer Weiterverarbeitung (z. B. Diskretisierung) die Funktion `ssbal` aufgerufen werden.

Für eine Einführung und Begriffsdefinition zur Zustandsraumdarstellung von linearen Mehrgrößensystemen sei auf die Fachliteratur verwiesen, z. B. [10]. Die Zustandsgrößen sind an die Energiespeicher im System gebunden. Bei elektrischen Netzwerken

treten somit die Spannungen der Kondensatoren und die Ströme in den Induktivitäten im Zustandsvektor auf. Verschiedene Verfahren zur Ermittlung der Zustandsraumdarstellung ausgehend von der Topologie eines elektrischen Netzwerkes sind bekannt ([15], [23]).

In *SimPowerSystems* ist ein solcher Algorithmus implementiert, da die Zustandsraumdarstellung ein notwendiger Zwischenschritt ist, um das elektrische Netzwerk in die numerischen Lösungsverfahren von *Simulink* für die Simulation im Zeitbereich zu integrieren. Dieses Zwischenergebnis kann mit der Funktion `power_analyze` zur Weiterverarbeitung zugänglich gemacht werden. Das einphasige Modell aus Abbildung 5.11 sei in der Datei `PHF1ph4StateSpace.mdl` gespeichert. Mit der Option `'ss'` wird eine Zustandsraumdarstellung im zeitkontinuierlichen Bereich ermittelt und in `ssc` gespeichert. Mit der Funktion `c2d` mit Option `'zoh'` wird eine Zeitdiskretisierung mittels Z-Transformation und Halteglied 0. Ordnung durchgeführt.

```
ssc = power_analyze('PHF1ph4StateSpace','ss');
ssc2 = ssbal(ssc);
ssd =c2d(ssc2,125e-6,'zoh');
```

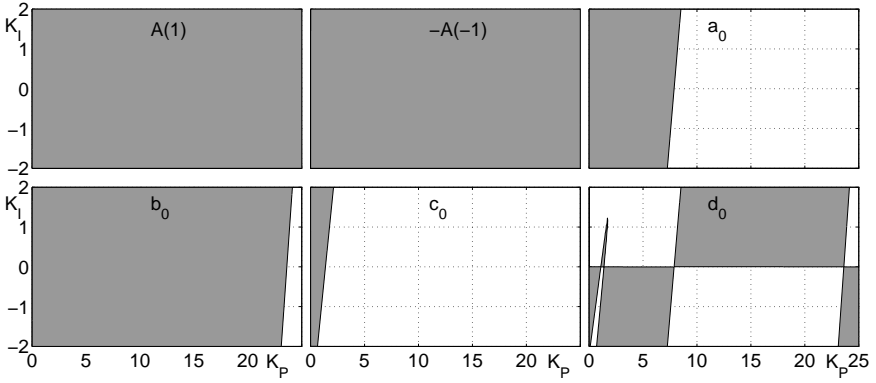
Die Verknüpfung der Regelstrecke mit der Regelung erfolgt zur besseren Übersicht in einem weiteren Blockdiagramm (es wäre auch eine Verknüpfung mittels entsprechenden Script-Funktionen möglich). Es existiert ein „LTI System“-Block, welcher beliebige Systeme (SS,TF,ZPK) aufnehmen kann. Entsprechen der in Abbildung 5.3 dargestellten Oberschwingungsregelung ergibt sich der geschlossene Regelkreis in Abbildung B.3.

Ähnlich der Anwendung der Funktion `power_analyze` kann mit der Funktion `dlinmod` von einem als mdl-Datei vorliegendem zeitdiskretem System eine Zustandsraumdarstellung ermittelt werden.

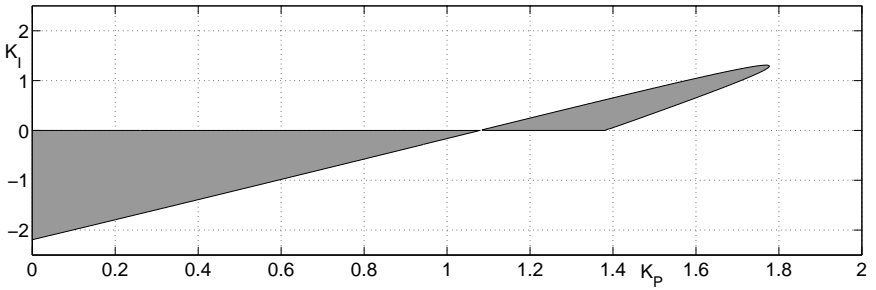
```
[A,B,C,D]=dlinmod('PHF1phClosedLoopSS');
P=eig(A);
```

Als Rückgabeargumente erhält man unter anderem die Systemmatrix **A**. Die Bestimmung der Polstellen ist nun durch die Berechnung der Eigenwerte dieser Matrix ohne weiteres möglich.

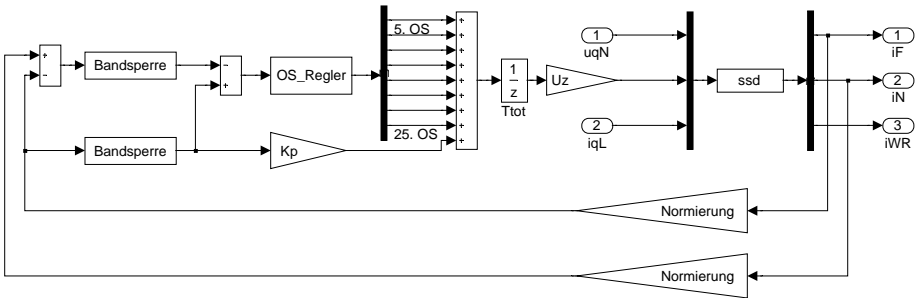
Die Berechnungsdauer für die Abbildungen mit Parametervariationen (z.B. der  $K_P$ - $K_I$ -Stabilitätsbereiche) kann mehrere Minuten betragen, wenn mit einem sehr dichten Netz der variablen Parameter gearbeitet wird. Für die praktische Anwendung ist eine Verkürzung dieser Berechnungsdauer wünschenswert, insbesondere wenn Systeme mit einer größeren Anzahl von Parametern untersucht werden sollen. Eine Möglichkeit besteht in der Implementierung eines eigenen Algorithmus zur topologischen Analyse von elektrischen Netzwerken. Durch die Parametervariation wird nicht die Topologie und damit die Struktur der Systemmatrix geändert, sondern nur einer oder mehrere Werte in der Matrix. Durch ein einmaliges Aufstellen der Systemmatrix mit variablen Parametern gefolgt von einem Ersetzungsalgorithmus, der entsprechend dem Netz der variablen Parameter aufgerufen wird, sollte eine schnellere Berechnung der Parametervariation möglich sein.



**Abb. B.1:**  $K_P$ - $K_I$ -Stabilitätsbereiche für alle Bedingungen nach Jury-Kriterium mit Parametern:  $\omega_I=4$ ,  $\omega_S=5\omega_I$ ,  $\omega_0=2$ ,  $\delta=1$



**Abb. B.2:** Schnittmenge der  $K_P$ - $K_I$ -Stabilitätsbereiche für Parameter:  $\omega_I=4$ ,  $\omega_S=5\omega_I$ ,  $\omega_0=2$ ,  $\delta=1$



**Abb. B.3:** Simulink-Modell des zeitdiskreten, geschlossenen Regelkreises (Datei PHF1phClosedLoopSS.mdl)





# Literaturverzeichnis

- [1] Detjen, D.; Jacobs, J.; De Doncker, R.W.; Mall, H.-G.: A New Hybrid Filter to Dampen Resonances and Compensate Harmonic Currents in Industrial Power Systems With Power Factor Correction Equipment. In: *IEEE Transactions On Power Electronics* 16 (2001), Nr. 6, S. 821-827
- [2] Ellinger, T.: *Entwicklung eines hybriden Kompensatorkonzeptes für einen Drehstromlichtbogenofen*. Technische Universität Ilmenau, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, Dissertation, 2003
- [3] Akagi, H.: New Trends in Active Filters for Power Conditioning. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 32 (1996), Nr. 6, S. 1312-1322
- [4] Fujita, H.; Akagi, H.: The Unified Power Quality Conditioner: The Integration of Series- and Shunt-Active Filters. In: *IEEE Transactions on Power Electronics* 13 (1998), Nr. 2, S. 315-322
- [5] Kazmierkowski, M.P.; Malesani, L.: Current Control Techniques for Three-Phase Voltage-Source PWM Converters: A Survey. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 45 (1998), Nr. 5, S. 691-703
- [6] Singh, B.; Al-Haddad, K.; Chandra, A.: A Review of Active Filter for Power Quality Improvement. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 46 (1999), Nr. 5, S. 960-971
- [7] Newman, M.J.; Zmood, D.N.; Holmes, D.G.: Stationary Frame Harmonic Reference Generation for Active Filter Systems. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 38 (2002), Nr. 6, S. 1591-1599
- [8] Perales, M.A.; Mora, J.L.; Terron, L.; Carrasco, J.M.; Franquelo, L.G.: Transient Response and Dynamic Characterization of a New Active Filter Algorithm Based on Self-tuned Vector Filter. In: *PESC Power Electronics Specialists Conference 2002, Cairns*, CD-ROM, 2002
- [9] Ribeiro, R.; Profumo, F.; Jacobina, C.B.; Griva, G.; Da Silva, E.; Lima, A.: A Non Standard Control Strategy for Active Power Filters for Unbalanced Conditions of the Power Mains. In: *IEEE IAS Annual Meeting 2002, Pittsburgh*, CD-ROM, 2002
- [10] Lunze, J.: *Regelungstechnik, Band 1: Systemtheoretische Grundlagen; Analyse und Entwurf einschleifiger Regelungen*. Springer-Verlag, Berlin 1996

- [11] Isermann, R.: *Digitale Regelsysteme, Band 1: Grundlagen; Deterministische Regelungen*. 2., überarb. u. erw. Aufl. Springer-Verlag, Berlin 1988
- [12] Franklin, G.F.; Powell, J.D.; Workman, M.: *Digital Control of Dynamic Systems*. 3. ed. Addison Wesley Longman, Inc., Menlo Park, CA 1997
- [13] Bronstein, I.N.; Semendjajew, K.A.: *Taschenbuch der Mathematik*. 22. Aufl. B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig 1985
- [14] Göhler, W.: *Formelsammlung Höhere Mathematik*. 13., überarb. Aufl. Verlag Harri Deutsch, Frankfurt am Main 1996
- [15] Oswald, B.R.: *Netzberechnung, Band 2: Berechnung transients Vorgänge in Elektroenergieversorgungsnetzen*. VDE-Verlag, Berlin 1996
- [16] Kopka, H.: *ETEX, Band 1: Einführung*. 3., überarb. Aufl. Addison-Wesley Verlag, München 2000
- [17] von Grünigen, D.C.: *Digitale Signalverarbeitung*. 2., erw. Aufl. Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, München 2002
- [18] Akagi, H.; Kanazawa, Y.; Nabae, A.: Instantaneous Reactive Power Compensators Comprising Switching Devices without Energy Storage Components. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 20 (1984), Nr. 3, S. 625-630
- [19] Senini, S.T.; Wolfs, P.J.: Systematic Identification and Review of Hybrid Active Filter Topologies. In: *PESC Power Electronics Specialists Conference 2002, Cairns*, CD-ROM, 2002
- [20] Solodownikow, W.W.: *Grundlagen Automatischer Regelsysteme, Band 2: Analyse und Synthese linearer Systeme*. Verlag Technik, Berlin 1971
- [21] Kuo, B.C.: *Digital Control Systems*. 2. ed. Saunders College Publishing, Ft. Worth 1992
- [22] Herold, H.: *UNIX und seine Werkzeuge, Lex und Yacc: lexikalische und syntaktische Analyse*. Addison-Wesley, Bonn, München u.a., 1992
- [23] Rajagopalan, V.: *Computer-Aided Analysis of Power Electronic Systems*. Dekker, New York 1987

# Abstract

**Uwe Großmann:**

## **Frequency-selective Control of Shunt Hybrid Power Filter for Harmonic Compensation in Power Systems**

In this work a novel, cost-effective solution to compensate for non-sinusoidal load currents, in particular 6-pulse-rectifiers, is investigated. It combines shunt hybrid power filter with frequency-selective control in stationary reference frame.

The shunt hybrid power filter comprises a passive series resonant circuit and a voltage source inverter. This hybrid structure permits to control a large harmonic current with a small inverter rating. However, the suitability of a shunt filter to compensate for a 6-pulse-rectifier requires at least a minimum commutation and dc inductor in the rectifier.

The control structure in the stationary reference frame is achieved by lowpass-to-bandpass transformation of a standard proportional plus integral controller. It offers zero steady state error for a signal with the selected modulation frequency. It is implemented as second order infinite impulse response filter in a digital signal processor and requires less computational effort than standard controller in synchronous reference frame. For each characteristic harmonic of a 6-pulse-rectifier one frequency-selective controller is used.

Investigations concerning stability and transient behaviour are carried out in continuous and discrete time domain by means of a simplified control loop. The controlled system is modelled as second order delay element. In the discrete control loop a dead time of one sample period is included. It yields a singular point in stability region at a specific proportional gain where stable operation is impossible and which must be avoided in applications. These results match well with measurements taken from a prototype.

A single phase linear system modelling filter and grid is presented and validated. It is used to calculate the poles of the closed loop system. By varying certain grid or filter parameters pole loci in the z-plane are produced. This is a powerful tool for setting control parameters and calculating stability margins in real applications and to optimise hybrid filter components.